UNIVERSIDAD AUSTRAL DE CHILE
FACULTAD DE CIENCIAS DE LA INGENIERÍA
OFICINA DE EDUCACION EN INGENIERIA

ADMINISTRACION DE INVENTARIOS: TEORIAY PRACTICA

SERIE PUBLICACIONES DOCENTES
4708-01-001

MIGUELINA VEGA ROSALES
WLADIMIR RIOS MARTINEZ

VALDIVIA-CHILE
(2001)

INDICE

INTRODUCCION

Las empresas mantienen inventario ya sea de materias primas, productos en proceso o productos terminados, de modo de satisfacer la demanda que de ellos se tenga. Como estos inventarios generalmente representan una inversión alta para la empresa (aproximadamente un 25% de sus recursos financieros), el problema es minimizar los costos ocasionados por tener inventario, de modo de que el proceso productivo no se detenga y que se satisfaga la demanda.

Como *inventario* se puede definir a aquellos recursos útiles que se encuentran ociosos en algún momento, estos pueden ser además de los recursos habitualmente transables, recursos humanos, espacios no utilizados etc..

Los problemas en inventario deben responder a interrogantes de cuánto debe completarse el inventario y cuántas unidades de modo que el costo total sea mínimo, por lo tanto, el tiempo y la cantidad son las variables controlables.

Si la interrogante es el tiempo, se pueden dar dos tipo de respuestas:

i) Cuando la cantidad en inventario sea menor o igual que una cantidad dada **Re** (Punto de reorden).

ii) Cuando se haya completado **t** unidades de tiempo (periodo de programación).

Si la interrogante es la cantidad, la respuesta puede ser de dos tipos:

i) Ordenar **q** unidades (tamaño del lote).

ii) Ordenar una cantidad tal que llegue a un nivel **S** de unidades (nivel de reordenamiento).

Características de los Sistemas de Inventario

En un sistema de inventario se pueden identificar las siguientes componentes: demanda, formación de stock, costos, restricciones, horizonte tiempo y número de items; ellas determinarán diferentes modelos de inventario.

1. Demanda.

La demanda es uno de los factores más importante y aunque no puede ser controlado ni directa ni indirectamente, se debe considerar en la formulación del problema. La componente demanda se expresa en [unidad/unidad de tiempo].

El valor de la demanda puede ser conocido o se puede estimar con una determinada probabilidad de ocurrencia, lo que da origen a modelos de inventario determinístico o probabilístico respectivamente.

La demanda sobre periodos iguales de tiempo puede ser constante o bien variar de un periodo a otro denominándose *modelo inventario estático y dinámico* respectivamente.

La demanda puede tener diferentes comportamientos, dependiendo de cómo son retiradas del inventario. Todas las unidades son retiradas al inicio de un periodo, o la final, o en forma uniforme, o similar a alguna función conocida. Gráficamente se tiene:

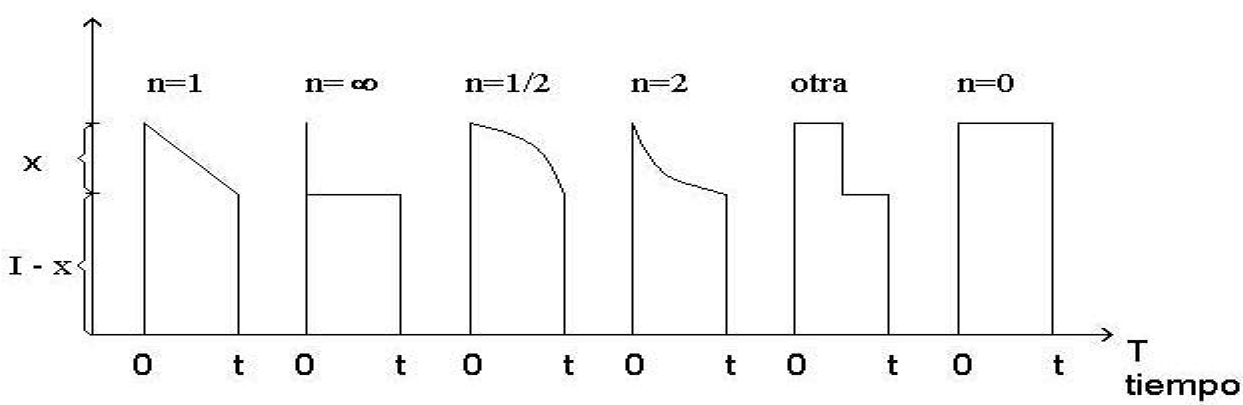


FIGURA 1. Curvas de comportamiento de la demanda

En cada uno de los casos se tienen **I** unidades al inicio del periodo, la duración del periodo es **t** unidades de tiempo y el tamaño de la demanda en dicho periodo es **X** unidades.

Matemáticamente seria:

$$\boxed{Q(T) = I - X \sqrt[n]{T/t}}$$

Donde

Q(T) = Cantidad en inventario en el instante **T.**
I = Cantidad en inventario cuando **T**=0 (inicio periodo)
X = Tamaño de la demanda durante el periodo **t**.
n = Indice según forma de la demanda

Si n=1 la demanda es uniforme
Si n=∞ la demanda es instantánea (demanda se produce inicio periodo)
Si n>1 hay mayor demanda al inicio del periodo
Si n<1 hay una mayor demanda al final del periodo
Si n=0 la demanda se produce al final del periodo

2. Formación del inventario

Se refiere a las cantidades que se programa ingresar al inventario, distinguiremos los siguientes elementos:

i) *Periodo de programación*, es el tiempo entre decisiones consecutivas respecto a las formación del inventario, se mide en unidades de tiempo y se denota por **t**. Estos periodos de tiempo pueden estar prefijados, en este caso no pueden ser controlados (son parámetros) y generalmente son constantes (revisión periódica).
Cuando los periodos de tiempo no están prefijados, su valor puede ser fijo o variable.

ii) *Tamaño del pedido,* se denota por **Q** y se expresa en unidades físicas.

iii) *Tasa de reordenamiento* es el tiempo que demora la cantidad Q en agregarse al inventario. La tasa media de reordenamiento se define como **Tr=Q/t'** donde **t'** es el tiempo que demora. Al igual que la demanda se tienen varias formas de reordenamiento.

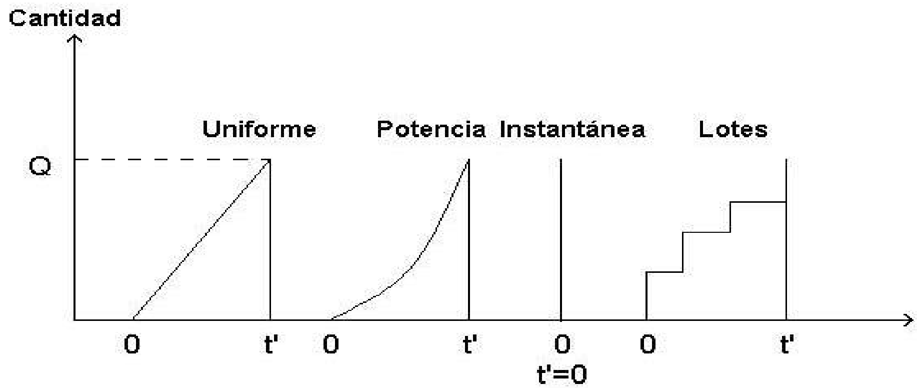


FIGURA 2. Curvas de comportamiento del reordenamiento

iv) *Periodo de retraso,* es el tiempo transcurrido entre que se coloca una orden y la llegada a la bodega, se denota por L, se expresa en unidad de tiempo y es un valor prefijado, es decir no controlable (parámetro) y puede ser conocido con certeza o con una determinada probabilidad de ocurrencia.

3. Costos

Los modelos de inventario independientemente del tipo que sean poseen los siguientes tipos de costos.

C1 : Precio de compra o costo de manufactura (en caso de fabricación), aquí se considera costo de mano de obra directa o indirecta, costo de materiales directos o indirectos, gastos generales (se expresa en unidad monetaria por unidad de producto)

C2 : Costos administrativos y de oficina involucrados en el proceso de una orden de compra, despacho, tramite del pedido, costo de transporte o costo de iniciar una tanda de producción, en caso de fabricación (se expresa en unidad monetaria por orden)

C3 : Costo de Almacenamiento. Dinero inmovilizado en inventario, costo del espacio de almacenamiento, costo de manipulación, costo de seguro, obsolescencia, deterioro de calidad, costo de tener registro de inventario (expresado en unidad monetaria / unidad/ unidad de tiempo)

C4 : Costo de Déficit. No considera ventas perdidas, porque supone que esto no ocurre sólo hay retraso en la entrega. Se considera requerimiento de tiempo extra ocasionado por déficit, costo por sobretiempo de oficina administrativo, costo de apresuramiento, perdida de reputación, costo especial de manipulación y embarque, perdida de tiempo de producción y cualquier otro costo atribuible a déficit. (expresado unidad monetaria / unidad / unidad de tiempo)

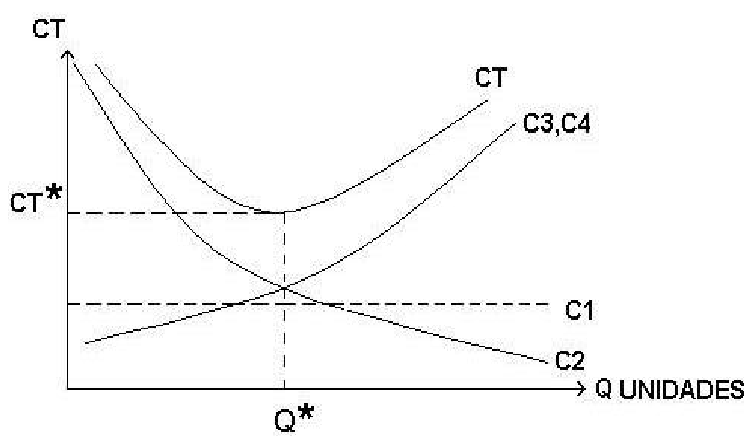


FIGURA 3. Curvas de costos de inventario

Estos costos están íntimamente relacionados y la suma de ellos representa el costo total de un sistema de inventario, y aunque puedan existir otros costos, estos son los más relevantes. No necesariamente se trabaja con todos ellos.

4. Restricciones

Se producen cuando se tienen limitaciones adicionales en el problema de inventario, estas pueden estar referidas a:

i) *Número de unidades,* el análisis matemático dependerá si las unidades físicas son discretas o continuas.

ii) *Demanda,* se deben considerar las siguientes situaciones:

- En algunos sistemas se permite acumular ordenes cuando no se tiene stock o se hace el despacho cuando llega el producto (postergar la entrega); en otros casos se pierde la venta. El modelo a utilizar en estos casos será diferente.
- Demanda negativa, se refiere a aquellos casos donde se aceptan devoluciones. En algunos sistemas no afecta el análisis.
- Estructura de demanda dependiente, se produce cuando la demanda de un periodo depende de la demanda y cantidades en inventario de periodos anteriores, su análisis es muy complejo.

iii) *Formación del inventario,* pueden ser las siguientes:

-Restricciones de espacio

-Restricciones en periodos de programación y revisión

-Exigencia de niveles mínimos de inventario

-Políticas de inventario de la empresa

iv) *Costos,* en algunos sistemas no se permite déficit, en otros, el costo por ordenar no es considerado, etc..

5. Horizonte de tiempo

El periodo sobre el cual se define el nivel de inventario puede ser finito o infinito.

6. Número de artículos

Un sistema de inventario generalmente comprende diferentes mercaderías, las cuales compiten por recursos limitados, como son dinero y espacio.

1.0 MODELOS DE INVENTARIO DETERMINISTICO,ESTATICO Y CON DEMANDA CONSTANTE

1.1.- MODELO DE COMPRA SIN DEFICIT

Supuestos:

La demanda se efectúa a tasa constante

El reemplazo es instantáneo

Los costos no se modifican en el periodo de planificación **T**.

Si **T** = periodo planificado

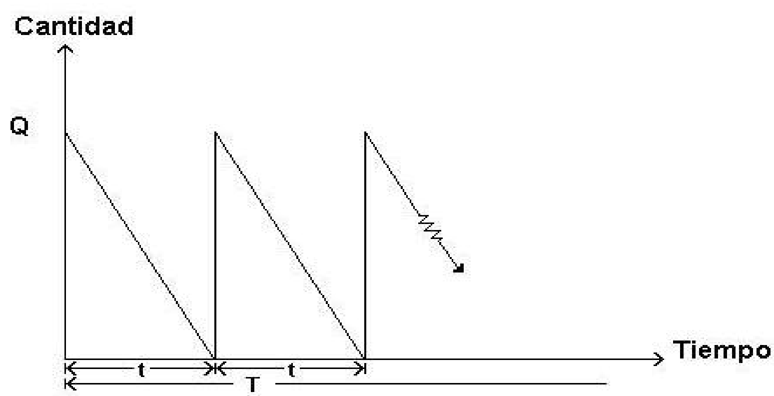
Q = lote económico a comprar. Tal que **Q=1/t**

D = demanda en el periodo **T**

t. = tiempo entre periodos **=** **Q/D**. (Es el tiempo que demora en gastar **Q** unidades a tasa **D**)

N = número de pedidos en tiempo **T**. Tal que **N=D/Q**

FIGURA 1.1
Modelo de Inventario de compra sin déficit



El costo por periodo es:

$$CTt = C1\,Q + C2 + C3\,Q\,(t/2)$$

El costo total para el periodo T es:

$$\boxed{CTT = C1D + C2\,(D/Q) + C3\,(Q/2)}$$

$$\frac{dCTT}{dQ} = -.(\frac{C2D}{Q^2}) + \frac{C3}{2} = 0 \Rightarrow Q^* = \sqrt{\frac{2C2D}{C3}}$$

$$\frac{d^2CTT}{dQ^2} = (\frac{2\ C2\ \ D\ \ Q}{Q^4}) > 0 \quad \text{O sea, es Mínimo}$$

Reemplazando Q* en CTT se tiene:

$$\boxed{CTT^* = \overbrace{C1D}^{\boxed{\text{COSTO FIJO}}} + \overbrace{\sqrt{2C2DC3}}^{\boxed{\text{COSTO VARIABLE}}}}$$

Ejemplo 1.1

Una compañía compra 12.000 artículos por año para emplearlos en un proceso de producción. Si el costo unitario es $5 por unidad, el costo de tenencia que una unidad es de 80 centavos por mes, y el costo de hacer que una compra es de $100, determine los siguientes puntos si no se permite déficit.

a) La cantidad optima pedida, **Q***
b) El costo total anual optimo, **CT**
c) El numero de pedidos por año, **N**
d) El tiempo entre pedidos, **t**

<u>Solución.</u>

D =12.000	[u/a]	C2=100	[$/orden]
C1= 5	[$/u]	C3=0,8*12	[$/u/a]

a) $Q^* = \sqrt{(2*100*12.000)/(0{,}8*12)} = 500[u]$

b) $CT = 5*12.000 + (100*12.000)/500 + 0{,}8*12*250 = 64.800[\$/a]$

c) $N = D/Q = 12.000/500 = 24\,[\text{pedidos por año}]$

d) $t = Q/D = 1/24$ Año $= (1/24)*12$ mes $= 0{,}5$ mes $= 15$[dias]

1.2 MODELO DE MANUFACTURA SIN DEFICIT

Supuestos:

Demanda se efectúa a tasa constante.

Los costos no cambian en el periodo T.

Si **C2** = Costo de iniciar la tanda de producción.

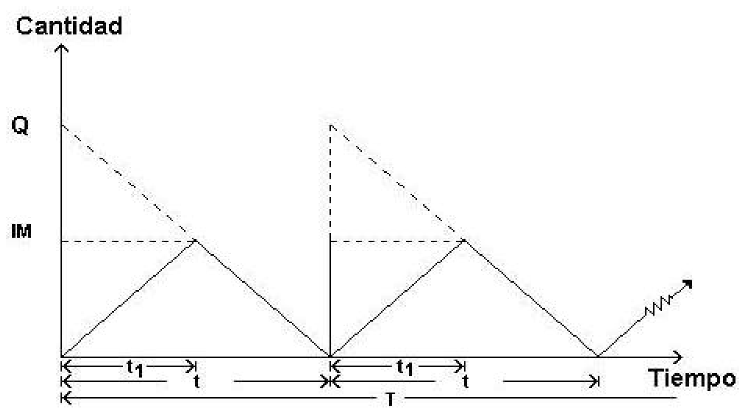
R = Tasa de manufactura > > D

R – D = Tasa de acumulación

IM = Inventario máximo

t1 = Tiempo de manufactura = Q/R. Es el tiempo gastado en hacer Q unidades a una tasa R

FIGURA 1.2.
Modelo de manufactura sin déficit



$IM = T1*(R - D)$ Reemplazando t1 se tiene:

$IM = Q*(1 - D/R)$

$CTt = C1*Q + C2 + C3*IM*(t/2)$ y como N = D/Q =1/t

$CTT = C1*D + C2*(D/Q) + [C3*Q*(1 - D/R)]/2$

$$\frac{dCTT}{dQ} = -.\frac{(C2*D)}{Q^2} + (\frac{C3}{2})(1 - D/R) = 0$$

Reemplazando Q* en CTT se tiene:

$$\boxed{Q^* = \sqrt{\frac{2 * C2 * D)}{C3 * (1 - D/R)}}}$$

$$\boxed{CTT^* = C1 * D + \sqrt{2C2 * D * C3 * (1 - D/R)}}$$

Ejemplo 1.2

Se supone que la compañía del problema anterior puede manufacturar los artículos a una tasa de 48.000 unidades por año. Si todos los costos son iguales al del problema anterior (costo de organizar una tanda de producción = costo de ordenar una compra), determinar:

a) La cantidad optima que debe manufacturarse, **Q***
b) El costo total anual optimo, **CT**
c) El inventario máximo, **IM**
d) El tiempo de manufactura, **t**
e) El tiempo entre tandas de producción, **t**
f) El numero de tandas de producción, **N**

Solución

1 año = 12 meses 1 mes = 30 días D/R =1/4

R=48.000 [u/a] 1-D/R =3/4

a) $Q^* = \sqrt{(2 * 100 * 12.000)/(0,8 * 12 * 3/4)} = 577,35\,[u.]$

b) $CT = 5 * 12.000 + 100 * (12.000/577,35) + 0,8 * 12 * (577,35/2) * 3/4 = 64,157\,[\$año]$

c) $IM = Q * (1 - D/R) = 577,35 * 3/40433[u]$

d) $t1 = Q/R = 577,35/48.000[año] = 577,35/48.000 * 12\,meses = 0,144 * 30\,dias = 4,3[dias]$

e) $t = Q/D = 0,048\,[años] = 0,577\,[meses] = 17,3\,[dias]$

f) $N = D/Q = 12.000/577,35 = 20,785\,[veces\ al\ año]$

1.3 MODELO DE COMPRA CON DEFICIT

Supuestos: Demanda se efectúa a tasa constante.

Los costos no cambian en el periodo T.

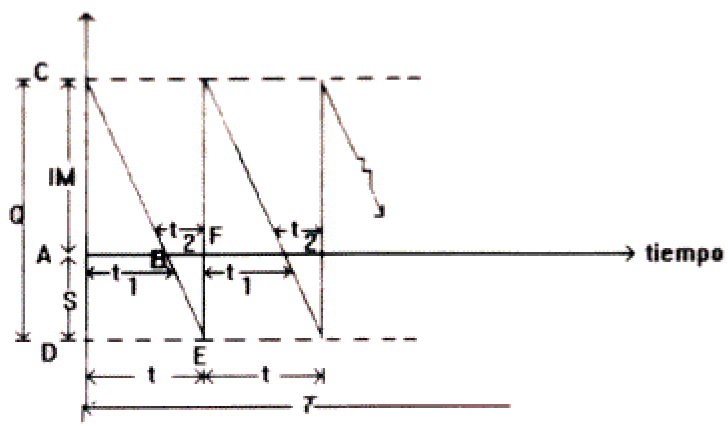
El reemplazo es instantáneo.

Si **S** = Numero de unidades cuya venta se posterga

IM = Q - S (de la figura 1.3)

t2 = tiempo de déficit =S/D. Tiempo que demora en gastar S unidades a tasa D.

FIGURA 1.3
Modelo de compra con déficit.



$$CTt = C1*Q + C2 + C3*IM*t1/2 + C4*S*t2/2$$

De $\Delta ABC \approx \Delta DEF$ se tiene Q/t =IM/t1 $\Rightarrow$ t1=IM*(t/Q)

$\Delta DEC \approx \Delta EBF$ se tiene Q/t =S/t1 $\Rightarrow$ t2=S*(t/Q)

reemplazando en CTt, t1 y t2 se tiene:

$$CTt = C1*D + C2*(\frac{D}{Q}) + C3*\frac{(Q-S)^2}{2Q}*t + C4*\frac{S^2}{2Q}*t \qquad */N = 1/t$$

$$CTT = C1*D + C2*(\frac{D}{Q}) + C3*\frac{(Q-S)^2}{2Q} + C4*\frac{S^2}{2Q} \quad (1)$$

Por lo tanto $$\frac{dCT}{dS} = \frac{C3*2(Q-S)}{2Q}*(-1) + \frac{2C4*S}{2Q} = 0$$

$$\boxed{S = Q*\frac{C3}{(C3+C4)}}$$

$$\frac{dCTT}{dQ} = -C2*\frac{D}{Q^2} + 2C3*(Q-S)*\frac{2Q}{4Q^2} - \frac{2C3*(Q-S)^2}{4Q^2} - \frac{2C4*S^S}{4} = 0$$

Reemplazando S y multiplicando por 2Q²

$$\frac{dCTT}{dQ} = -2C2*D(C3+C4)^2 + \frac{C3*Q^2*C4}{2C3+C4-C3} = 0$$

Reemplazando Q en CTT

$$\boxed{Q* = \sqrt{\frac{2\,C2*D\,(C3+C4}{(C3*C4)}}}$$

$$\boxed{CTT* = \underbrace{C1*D}_{\text{COSTO FIJO}} + \underbrace{\sqrt{\frac{2\,C2*D*C3*C4}{(C3+C4)}}}_{\text{COSTO VARIABLE}}}$$

Si se reemplaza S en (1) se tiene:

$$\boxed{CTT = C1*D + C2*\frac{D}{Q} + C3*Q*\frac{C4}{2(C3+C4)}}$$

Ejemplo 1.3

La demanda de un articulo es de 1.000 unidades al mes, se permite déficit. Si el costo unitario es de $1,50, el costo de hacer una compra es de $600, el costo de tenencia de una unidad es de $2 por año y el costo de déficit es de $10 por unidad al año, determinar:

a) La cantidad optima que debe comprarse
b) El número optimo de unidades agotadas (déficit)
c) El costo total anual optimo
d) El número de pedidos por año y el tiempo entre pedidos
e) Duración de los déficit e inventario máximo

Solución.

D	= 1000 [u/m] =12.000[u/a]	C2	= 600 [$/orden]
C1	= 1,50 [$/u]	C3	= 2 [$/u/a] ; C4 = 10 [$/u/a]

a) $Q* = \sqrt{2*600*12.000*12/(2*10)} = 2.939\,[u]$

b) $S^* = 2.939*(2/12) = 490$[u]

c) $$CTT = 1,5*12.000 + \sqrt{2*600*12.000*20/12} = 22.899 \text{ [\$/año]}$$

d) N =12.000/2.939 =4,08 [veces al año]
t= 2.939/12.000 =0,245 [años] = 3 [meses]

e) t2= S/D = 490/12.000 = 0,0408 [año] = 14,7 [días]

IM=2.939-490 =2.449 [u]

1.4 MODELO DE MANUFACTURA CON DEFICIT.

Supuestos:

Demanda se efectúa a tasa constante.

Los costos no cambian en el periodo T.

Si **C2** =costo de iniciar la tanda de producción

R =Tasa de manufactura >>D

R-D =Tasa de acumulación

IM =Inventario máximo

t1+t4 =tiempo de manufactura =Q/R. Es el tiempo gastado en hacer Q unidades a una tasa R)

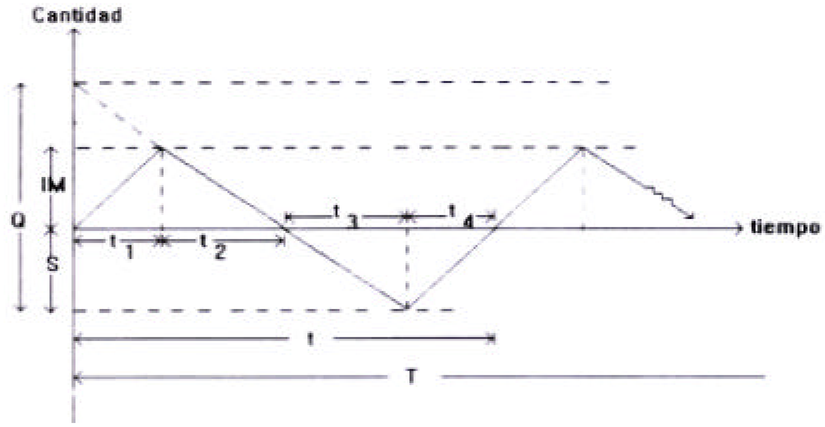
t3+t4 =tiempo de déficit =S/D+S/(R-D). (Es el tiempo gastado en diferir S unidades a una tasa D, mas el tiempo gastado en formar S unidades a una tasa R-D)

t1+t2 = IM/(R-D)+IM/D. Es el tiempo utilizado en formar IM unidades a una tasa R-D, mas tiempo utilizado en gastar las IM unidades a una tasa D.

IM=(t1+t4)*(R-D) –S reemplazando t1+t4 se tiene:

IM=Q*(1-D/R) –S

FIGURA 1.4.
Modelo de manufactura con déficit.



$$CTt = C1*Q+C2+C3(IM/2)*(t1+t2)+C4(S/2)*(t3+t4)$$

Reemplazando t1+t2 y t3+t4

$$CTt=C1*Q+C2+C3(IM^2/2)*[R/D(R-D)]+C4(S^2/2)*[R/D(R-D)]$$

Multiplicando por N =D/Q y reemplazando IM

$$CTT = C1*D + C2(D/Q) + \frac{C3[Q(1-D/R)-S]^2}{2Q(1-D/R)} + \frac{C4*S^2}{2Q(1-D/R)}$$

$$\frac{dCTT}{dS} = C3*\frac{2[Q(1-D/R)-S]}{2Q(1-D/R)}*(-1) + \frac{2C4*S}{2Q(1-D/R)} = 0$$

$$\Rightarrow \qquad \boxed{S* = \frac{Q*C3(1-D/R)}{(C3+C4)}}$$

reemplazando S en CTT

$$CTT = C1*D + C2*\frac{D}{Q} + C3*C4*\frac{Q(1-D/R)}{2(C3+C4)}$$

$$\frac{dCTT}{dQ} = -C2*\frac{D}{Q^2} + C3*\frac{C4(1-D/R)}{2(C3+C4)} = 0$$

$$\boxed{Q* = \sqrt{\frac{2C2*D\,(C3+C4)}{C3*C4\,(1-D/R)}})}$$

Reemplazando Q* en CTT se tiene: $\boxed{CTT* = C1*D + \sqrt{2C2*D*C3*\frac{C4(1-D/R)}{(C3+C4)}}}$

Ejemplo 1.4

Suponer que en el ejemplo 1.3 el articulo se puede manufacturar a una tasa de 4.000 unidades al mes. Si los costos no varían, determinar:

a) Cantidad optima a manufacturarse y Número optimo de unidades agotadas
b) Costo total anual optimo
c) Numero de tandas de producción
d) Tiempo entre tandas de producción y Tiempo de fabricación
e) Duración de los déficit e Inventario máximo

<u>Solución.</u>

a) D/R = 1/4

1 – D/R = 3/4

$$Q^* = \sqrt{\frac{2*600*12.000*12}{2*(3/4)*10}} = 3.394[u]$$

S*=3.397*(3/4)/12 =212[u]

b)

$$CTT^* = 1,5*12.000 + \sqrt{\frac{2*600*20*12.000*(3/4)}{12}} = 22.242,6\,[\$/año]$$

c) N=12.000/3.394 =3,5 [veces al año]

d) t= 3.394/12.000 [año] = 0,283*12 [meses] =3,4 [meses]

t1+t4= 3.394/48.000 [año] =0,07*360 [dias] =25.5[dias]

e) t3+t4=212*[(1/36.000)+(1/12.000)][año] =0,0235*360 [dias] =8,5[dias]

IM=3.394*(3/4)-212=233,5 [u]

OBSERVACION: Las fórmulas de los modelos 1.1, 1.2 y 1.3 pueden obtenerse a partir del modelo 1.4 de la siguiente forma:

Para el modelo 1.1 se tiene que $C4 >> C3$ y $R = \infty$

Para el modelo 1.2 se tiene que $C4 >> C3$

Para el modelo 1.3 se tiene que $R = \infty$

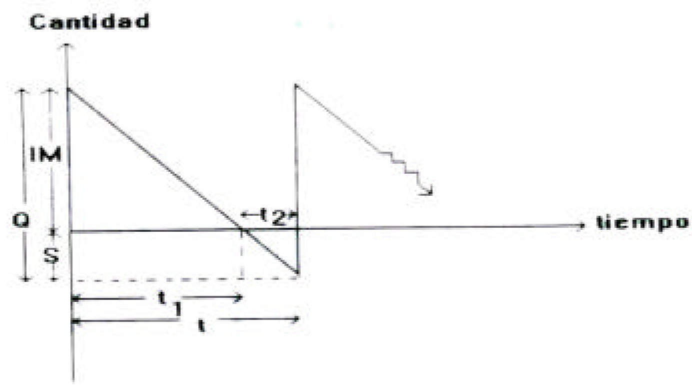
1.5 MODELO DE MANUFACTURA CON PERDIDA DE VENTA POR DEFICIT.

Supuestos: Todos los supuestos del modelo 1.4, y además:

Cuando hay déficit se pierde la venta.

Tiempo entre pedidos puede ser dado o no.

FIGURA 1.5
Modelo de manufactura con perdida de venta por déficit.



IM=Q(1 –D /R) – S

CTt = C1*Q +C2+C3 (IM/2)*[R/D*(R –D)] +C4*S */ D/Q

$$CTT = C1 * D + C2 * \frac{D}{Q} + \frac{C3 * [Q(1 - D/R) - S]^2}{2Q(1 - D/R)} + C4 * S * \frac{D}{Q} \qquad (1)$$

$$\frac{dCT}{dS} = C3 * \frac{[Q(1 - D/R) - S]}{Q(1 - D/R)} * (-1) + C4 * \frac{D}{Q} = 0$$

$$IM = Q(1 - D/R) - S = \frac{C4}{C3} * D(1 - D/R) = [\frac{C4}{C3\,t}]Q(1 - D/R) \qquad (2)$$

Si C4/C3t >1 se pide Q* (modelo 1.2) y S =0 y CT* o CV* se obtienen del modelo 1.2.

Si C4/C3t <1 se pide Q* (modelo 1.2) y S se obtiene de (2)

Para determinar CT se reemplaza IM de (2) en (1)

$$\boxed{CT = C1 * D + C2 * \frac{D}{Q} + C4 * D(1 - D/R) - \frac{C4^2}{2} * \frac{D^2(1 - D/R)}{Q * C3}}$$

Nota: Recuerde que en un modelo de compra se cumple (1-D/R)=1

Ejemplo 1.5

La demanda de un producto es de 10.000 [u al año], el costo por ordenar es de $ 500, el costo de almacenamiento es de $10 [u al año], la perdida por no venta es de $30 la unidad, el costo unitario es de $100 la unidad. Determine cuanto comprar y cada cuanto tiempo.

<u>Solución</u>

D	=	10.000	[u/año]
C1	=	100	[$/u]
C2	=	500	[$]
C3	=	30	[$/u/a]
C4	=	30	[$/u]

$$Q^* = \sqrt{2*500*10.000/10} = 1.000$$

T=1.000/10.000=0,1 [año]

10*0,1 < 30 $\Rightarrow$ Q* = 1.000 y S= 0

$$CT = 500*10 + \frac{10(1.000 - 0)}{2*1.000} + 3*0*10 = 10.000$$

[Q-S=30*10.000/10 =30.000 y Q =1.000 $\Rightarrow \Leftarrow$ para S]

Ejemplo 1.6

La demanda de un producto es de 25 Kg. al día, el costo por iniciar una tanda de producción es de $100, el costo de almacenamiento es de $9 el Kg. al día, la perdida por no venta es de $5 el Kg., la tasa de manufactura es de 50 Kg./día. Determine cuanto producir y cada cuanto tiempo.

<u>Solución</u>

C3	=	9	[$/kg./día]
C4	=	5	[$/Kg.]
C2	=	100	[$]
D	=	25	[kg./día]
R	=	50	[kg./día]

$$Q^* = \sqrt{2*10*25/9*0,5} = 33,3$$

t = 33,3 /25 =1,33

9 * 1,33 > 5 $\Rightarrow$ 11,98 >5

Q (1-D/R) – S =5/9 *25 * 0,5 = 6,9 $\Rightarrow$ S =9,7

$$CV = 100/1,33 + 5*33*0,5 - \frac{25*625}{2*33,5*9} = 144,65 \text{ [\$/día]}$$

1.6 MODELO DE COMPRA CON DEFICIT, DEMANDA POTENCIAL.

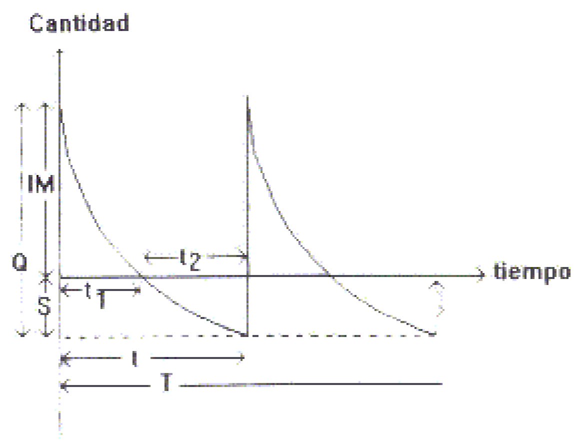
Supuestos: Demanda es $Q(T) = I - X\sqrt[n]{T/t}$

Los costos no cambian en el periodo T.

El reemplazo es instantáneo.

Existe una revisión periódica (se conoce t)

FIGURA 1.6
Modelo de compra con déficit, demanda potencial



De la figura 1.6 $Q(T) = (Q - S) - Q(T/t)^{1/n}$

$$Q(t1). = (Q - S) - Q(t1/t)^{1/n} = 0 \Rightarrow t1 = \frac{t(Q - S)^n}{Q}$$

$$CV = C3\int_0^{t1}[Q - S - Q\,(T/t)]\,dT + C4/t \int_{t1}^{t}[Q\,(T/t) - S + Q]\,dT$$

Integrando y reemplazando t1 se tiene

$$CV = \frac{C3(Q - S)(Q - S)}{Q^n(n+1)} + C4\left[n * Q + \frac{(Q - S) * (Q - S)^n}{Q^n(n+1)} - (Q - S)\right]$$

$$\frac{dCV}{d(Q - S)} = \frac{C3(n+1)(Q - S)}{(n+1)Q^n} + \frac{C4[(n+1)(Q - S) - 1]}{(n+1)Q^n} = 0$$

Reemplazando (Q-S) en CV se tiene:

$$\boxed{(Q - S)^n = \frac{C4 * Q^n}{C3 + C4} \Rightarrow S = Q[1 - \sqrt[n]{\frac{C4}{C3 + C4}}}$$

$$\boxed{CV = Q * \frac{n}{n+1} * C4\left[1 - \sqrt[n]{\frac{C4}{C3 + C4}}\right] = \frac{n}{n+1} * C4 * S}$$

Ejemplo 1.7

La demanda de un producto es de $200 [unidad al mes], el costo de almacenamiento es de $7,6 [la unidad al mes], el costo de déficit es de $32,4 [la unidad al mes]. Si se pide todos los meses, determine cuanto comprar, el inventario máximo y el costo variable asociado para:

a) n=2 c) n=0,5

b) n=1 d) n=0,25

<u>Solución.</u>

D =200 [u/m] C4 = 32,4 [$/u/m]

C3 = 7,6 [$/u/m] t = 1 [mes]

a) n=2 $\Rightarrow$ Q* = t *D = 200[u]

t=D/Q

$$S^* = 200[1 - \sqrt{32,4/40}\,] = 20[u] \Rightarrow IM^* = 180\,[u]$$

CV* = 2*32,4*20/3 =432[$/m]

b) n=1 Q* =200

S* =200[1-32,4/40] = 38[u] $\Rightarrow$ IM* =162[u]

CV*=32,4*38/2 =615,6 [$/m]

c) n=0,5 Q*=200

$S^*=200[1-(32,4/40)^2] =69$ $\Rightarrow$ IM*=131

CV*=32,4*69/3 =745,2[$/m]

d) n=0,25 Q*=200 $S^* = 200[1 - (32,4/40)^4] = 114[u]$

IM*=86[u] CV*=32,4*114/5 =738,7[$/m]

1.7 CASOS PARTICULARES

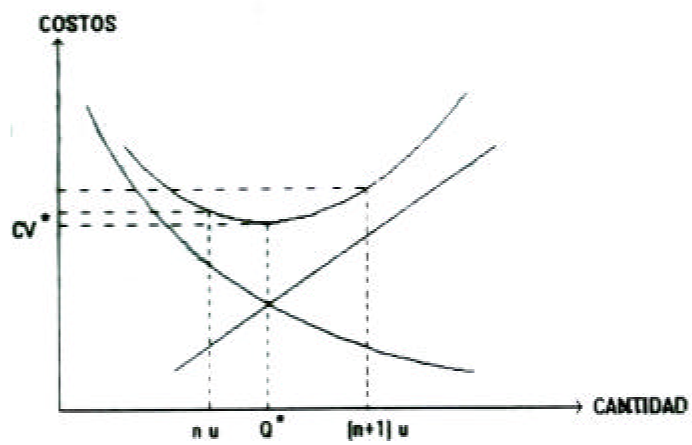
1.7.1 LOTE ECONOMICO DISCRETO

Cuando el lote económico debe pedirse en cantidades enteras, sea esta la cantidad **u**, y si **Q*** no es múltiplo de **u**, el costo variable necesariamente aumentara. El **Q*** que satisfaga esta restricción se obtiene de:

$$CV(Q) \leq CV(Q \pm u)$$

$$\frac{C2\,D}{Q} + \frac{C3\,C4\,(1 - D/R)}{2\,(C3 + C4)} \leq \frac{C2\,D}{Q \pm u} + \frac{C3\,C4\,(Qu)(1 - D/R)}{2\,(C3 + C4)}$$

FIGURA 1.7
Gráfico de costos para el lote económico discreto.



$$C2\,D[1/Q - 1/(Q \pm u)] \leq \frac{C3\,C4(1 - D/R)}{2(C3 + C4)}[Q \pm u - Q]$$

$$\boxed{Q\,(Q - u) \leq \frac{2\,C2\;\;D\,(C3 + C4)}{C3\;C4\;(1 - D/R)} \leq Q\,(Q + u)}$$

Ejemplo 1.8

La demanda de un producto es de 2.400 Kg. anual, el costo de hacer un pedido es de $22.000 y el costo por tener inventario es de $500 por unidad al año. Si solo se puede comprar en bolsas de 100 Kg. ¿Cuántos lotes se compran al año y de cuántos Kg.?

Solución.

D = 2.400 [K/a] $\quad Q\,(Q-u) \le 2\,C3\,D/\,C2 \le Q\,(Q+u)$

C3 = 500 [$/u/a]

C2 = 22.000[$/o] $\quad Q^2 - 100\,Q \le 2*22.000*2.400/500 \le Q^2 + 100Q$

U = 100[Kg.]

$$Q^2 - 100\,Q \le 21.120 \le Q^2 + 100\,Q$$

$$Q^2 - 100\,Q - 21.120 \le 0 \Rightarrow Q \le 203\text{ u}$$

$$Q^2 + 100Q - 21.120 \ge 0 \Rightarrow Q \le 103\text{ u}$$

$$103 \le Q \le 203 \Rightarrow Q^* = 200\text{Kg}$$

$$N = D/Q = 2.400/200 = 12 \text{ veces al año}$$

Solución alternativa: $Q^* = \sqrt{2\,C2\,D/C3} = \sqrt{21.120} = 145{,}3[u]$

$$100 \le 145{,}3 \le 200$$

$$CV(100) = 22.000\ 2.400/100 + 500*\ 100/2 = 553.000\ [\$/a]$$

$$CV(200) = 22.000\ 2.400/200 + 500*\ 200/2 = 314.000\ [\$/a]$$

Como el menor costo se produce comprando 200 unidades, este es el lote económico optimo.

1.7.2 ANALISIS DE SENSIBILIDAD

Se analiza el efecto producido en los costos variables cuando no se trabaja con el lote económico optimo, o cuando hay una variación, ya sea, en los costos, la demanda u otro parámetro.

i) Variación en **Q***

Sea **b** la variación de **Q** con respecto a **Q*,** y **w** la variación de CV con respecto a CV*, es decir:

b=Q/Q* Significa cuanto se aleja del lote económico optimo.

W=CV/CV* Significa en cuanto aumenta el costo variable.

$$w = \frac{C2(D/Q) + \dfrac{C3\,C4\,Q(1-D/R)}{2(C3+C4)}}{\sqrt{\dfrac{2\,C2\,C3\,C4\,D(1-D/R)}{(C3+C4)}}}$$ Reemplazando Q por b Q*

$$\boxed{w = \left(\frac{b^2+1}{2*b}\right)}$$

ii) Variación en **C2, C3, C4, D o R**

Supongamos que hay una variación en la estimación de los parámetros (o cambio), en vez de C2, C3, C4, D y R, tenemos C2’, C3’, C4’, R’ y D’ respectivamente.

$$b = \frac{Q}{Q*} = \frac{\sqrt{\dfrac{2\,C2'\,D'(C3'+C4')}{C3'C4'(1-D'/R')}}}{\sqrt{\dfrac{2\,C2\,(C3+C4)\,D}{C3\,C4(1-D/R)}}}$$

$$\boxed{b = \frac{\sqrt{C2'\,C3\,C4\,D'\,(1-D/R)\,(C3'+C4')}}{\sqrt{C2\,C3'\,C4'\,D\,(1-D'/R')\,(C3+C4)}}}$$

Ejemplo 1.9

La demanda de un producto es de 12.000 unidades al año, el costo por ordenar es de $5.000, el costo de déficit es de $20 por unidad al año, el costo de déficit es de $50 por unidad al año y la tasa de manufactura es de 16.000 unidades al año. Determine el efecto que tiene en los costos si se detecta un error en:

a) El costo de déficit es realmente de $30 por unidades al año
b) La demanda es realmente de 15.000 unidades al año
c) El costo por ordenar es de $3.000 la orden

<u>Solución</u>

a) D =12.000 [u/a]
C2 = 5.000[$/o]
C3 = 20[$/u/a]
C4' = 50[$/u/a]

$$Q^* = \sqrt{\frac{2 * 5.000 * 12.000 * 70}{20 * 50 * (1 - 12/16)}} = 5.796,5$$

$$Q^* \text{nuevo} = \sqrt{\frac{2 * 5.000 * 12.000 * 50}{20 * 50 * (1 - 12/16)}} = 6.324,5$$

$$b = \frac{5.796,5}{6.324,5} = 1,091 \qquad w = 1,00388$$

[o bien $b = \sqrt{C4(C3 + C4')/C4'(C3 + C4)} = 30 * 70 / 50 * 50 = 1,091$]

Solución alternativa:

$$CV^* = \sqrt{\frac{2 * 5.000 * 12.000 * 20 * 30 * (1/4)}{50}} = 19.973,6$$

$$CV = \frac{5.000 * 12.000}{5.796,5} + \frac{20 * 30 * 5.796,5 * (1/4)}{2 * 50} = 19.045,8$$

$$W = \frac{19.045,8}{18.973,6} = 1,0038$$

$\Rightarrow$ hay un aumento de un 0,38% en los costos variables

b) D=15.000

D'=12.000

$$Q^*nuevo = \sqrt{\frac{2*5.000*15.000*70}{20*50*(1-15/16)}} = 12.961{,}5$$

$b = \frac{5.796{,}5}{12.961{,}5} = 0{,}4472$ w=1,34167

b se puede obtener como $b = \sqrt{\frac{(1-D/R)D'}{(1-D'/R)D}} = 0{,}4472$

Solución alternativa:

$$CV^* = \sqrt{\frac{2*5.000*15.000*20*50*(1/16)}{70}} = 11.572{,}7$$

$$CV = \frac{5.000*15.000}{5.796{,}5} + \frac{20*50*5.796{,}5*(1/16)}{2*70} = 15.526{,}56$$

$W = \frac{15.526{,}56}{11.572{,}7} = 1{,}3416 \Rightarrow$ hay un aumento de un 34% en los costos variables

c) C2 =3.000

C2'=5.000

$$Q^* = \sqrt{\frac{2*3.000*12.000*70}{20*50*(1-12/16)}} = 4.490$$

$b = \frac{5.796{,}5}{4.490} = 1{,}2909$ w=1,03285

[b se puede obtener como $b = \sqrt{C2'/C2} = 1{,}2909$]

solución alternativa:

$$CV^* = \sqrt{\frac{2*3.000*12.000*50*20*(1/4)}{70}} = 16.035{,}65$$

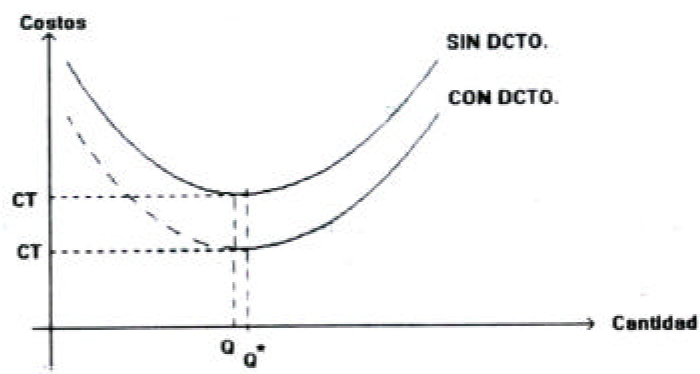
$$CV = \frac{3.000*12.000}{5.796{,}5} + \frac{20*50*5.796{,}5*(1/4)}{2*70} = 16.561{,}5$$

$W = \frac{16.561{,}5}{16.035{,}65} = 1{,}0328 \Rightarrow$ un aumento de un 3,28% en CV

1.7.3 DESCUENTO POR CANTIDAD O BANDA DE PRECIOS

i) Cuando se tiene un descuento por compra o por producir un numero superior a una cantidad dada, se produce una disminución en el costo fijo y un aumento en los costos variables, por lo tanto, convendrá aceptar el descuento siempre y cuando la disminución o ahorro sea superior al aumento del costo variable.

FIGURA 1.8
Gráfico de costos para descuento por cantidad



Sea C1a el precio de compra o costo de manufactura

Sea C1n el precio de compra o costo de manufactura con descuento

Si CT ≥ CT* conviene modificar Q* a Q

$$C1n\ D + C2\left(\frac{D}{Q}\right) + \frac{C3\ C4\ Q\ (1-D/R)}{2(C3+C4)} \geq C1a\ D + C2\left(\frac{D}{Q^*}\right) + \frac{C3\ C4\ Q^*(1-D/R)}{2(C3+C4)}$$

$$\boxed{C2D\left(\frac{1}{Q} - \frac{1}{Q^*}\right) + \frac{C3\,C4\,(1-D/R)[Q - Q^*]}{2(C3+C4)} \leq D(C1a - C1n)}$$

En caso contrario, no conviene.

Ejemplo 1.10

Del ejemplo 1.4, suponga que si producen lotes de 5.000 unidades, la empresa tiene un ahorro en los costos de producción de un 15%. ¿Le conviene modificar el lote económico optimo actual?

Solución.

R = 16.000 [u/a] $Q^*=3.394$ u

D = 12.000 [u/a] $CT^*=22.242,6$

C1a = 1,50 [$/u]

C1n = 1,275[$/u]

$$CT(5.000) = 1,275*12.000+\frac{600*12.000}{5.000}+\frac{2*10*5.000*(1-1/4)}{2*(2+10)}$$

C2 = 600[$/o] $=19.865$

C3 = 2[$/u/a] $\Rightarrow$ conviene modificar el lote económico a 5.000 unidades

C4 = 10[$/u/a] se produce un ahorro de $2.377,6 al año

solución alternativa:

$$600*12.000*\left(\frac{1}{5.000}-\frac{1}{3.394}\right)+\frac{2*10*3/4*[5.000-3.394]}{2*(10+2)} \,?\, 12.000*(1,5\text{ - }1,275)$$

$$-681,38+1.003,75 \,?\, 2.700$$

$$322,37 < 2.700$$

como el ahorro es mayor que aumento de costos, conviene modificar el lote económico a 5.000[u]. El ahorro producido es de (2.700-322,37)=2.377,6

ii) Cuando se tiene una banda de precios, es decir, el precio es función de la cantidad, sea ésta:

p1 $0 \le Q \le k1$

p2 $k1 \le Q \le k2$

p3 $k2 \le Q \le k3$

" "

donde las cantidades ki son crecientes y los precios pi son decrecientes.

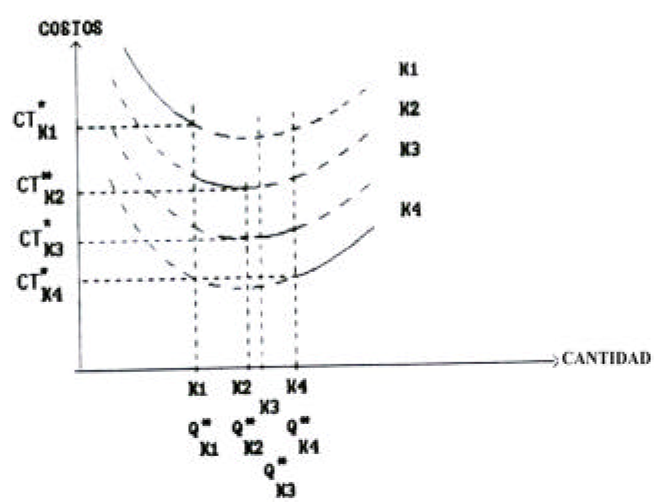


FIGURA 1.9
Gráfico de costos para cuando existen bandas de precios

Si además se tiene que el costo de almacenamiento esta en función del costo unitario (C1), sea C3=f [C1], entonces:

$$Q^* = \sqrt{\frac{2\,C2\,(f\,[C1] + C4)D}{f\,[C1]\,C4\,(1 - D/R)}}$$

De aquí, reemplazando para cada C1, se determina en que intervalo cae Q*, luego se calcula CT* y CT para cada uno de los limites inferiores de los intervalos siguientes. El lote económico optimo será el que tenga el menor costo total.

Ejemplo 1.11

La demanda semanal de un producto es de 4.000 [unidades], el costo de almacenamiento a la semana es el 10% de la inversión media, el costo de déficit es de 10 [$/u/sem]. El costo por ordenar es de 400 [$]. Los precios de compra se dan en la siguiente tabla:

C1($)	cantidad
25,5	$100 \le Q < 500$
25,0	$500 \le Q < 2.250$
24,5	$2.250 \le Q < 3.200$
24,5	$3.200 \le Q < 5.250$
23,5	$Q \ge 5.250$

Determinar cuánto y cuántas veces a la semana se debe comprar.

Solución.

$$Q1^* = \sqrt{\frac{2*400*4.000(0{,}1*25{,}5+10)}{10*0{,}1*25{,}5}} = 1{,}255$$ Fuera rango

$$Q2^* = \sqrt{\frac{2*400*4.000(0{,}1*25+10)}{10*0{,}1*25{,}5}} = 1{,}265$$ Dentro rango

$$Q3^* = \sqrt{\frac{2*400*4.000(0{,}1*24{,}5+10)}{10*0{,}1*24{,}5}} = 1{,}275$$ Fuera rango

$$Q4^* = \sqrt{\frac{2*400*4.000(0{,}1*24+10)}{10*0{,}1*24}} = 1{,}286$$ Fuera rango

$$Q5^* = \sqrt{\frac{2*400*4.000(0{,}1*23{,}5+10)}{10*0{,}1*23{,}5}} = 1{,}297$$ Fuera rango

$$CT^* = \frac{25 * 4.000}{2.250}\sqrt{\frac{2 * 400 * 0{,}1 * 25 * 10}{0{,}1 * 25 + 10}} = 100.040 \$ / \text{semana}$$

$$CT(2.250) = \frac{24{,}5 * 4.000}{2.250} + \frac{400 * 4.000 + 2.250 * 0{,}1 * 24{,}5 * 10}{2(0{,}1 * 24{,}5 + 10)} = 100.925$$

$$CT(3.200) = 24 * 4.000 + \frac{400 * 4.000}{3.200} + \frac{3.200 * 0{,}1 * 24 * 10}{2(0{,}1 * 24 + 10)} = 99.596{,}77$$

$$CT(5.250) = 23{,}5 * 4.000 + \frac{400 * 4.000}{5.250} + \frac{5.250 * 0{,}1 * 23{,}5 * 10}{2(0{,}1 * 23{,}5 + 10)} = 99.299{,}7$$

$N = \frac{4.000}{5.250} = 0{,}76$ Por lo tanto conviene pedir 5.250 unidades, 0,76 veces a la semana.

1.7.4 TIEMPO DE ENTREGA

Si en los modelos 1.7.1 o 1.7.3 el tiempo de entrega no es instantáneo, es decir, hay un tiempo de entrega, sea éste **L**; la orden de compra debe ser dada antes que se cumpla el tiempo entre pedidos, o sea en el tiempo **t-L**.

Si interesa saber el nivel de stock que debemos tener para hacer el pedido, llamado punto de reorden **Re**, se obtiene de:

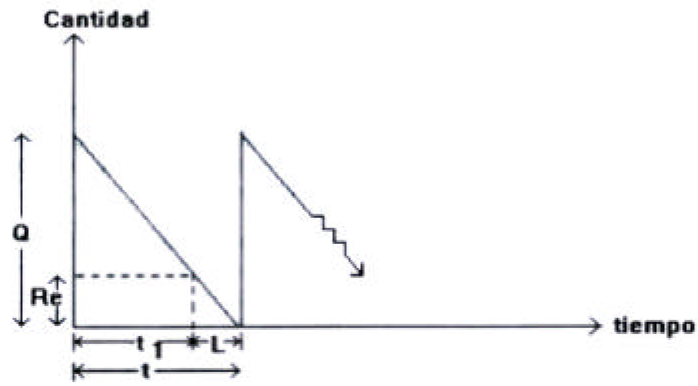
Para modelo 1:

Δ ACE ~ Δ BCD

se tiene $Q/t = Re/L \quad \Rightarrow \quad \boxed{Q\left(L/t\right) = Re = D\,L}$

Se debe hacer el pedido cuando se tengan Re unidades es stock.

FIGURA 1.10
Modelo de compra sin déficit cuando existe tiempo entre entregas



Para modelo 3:

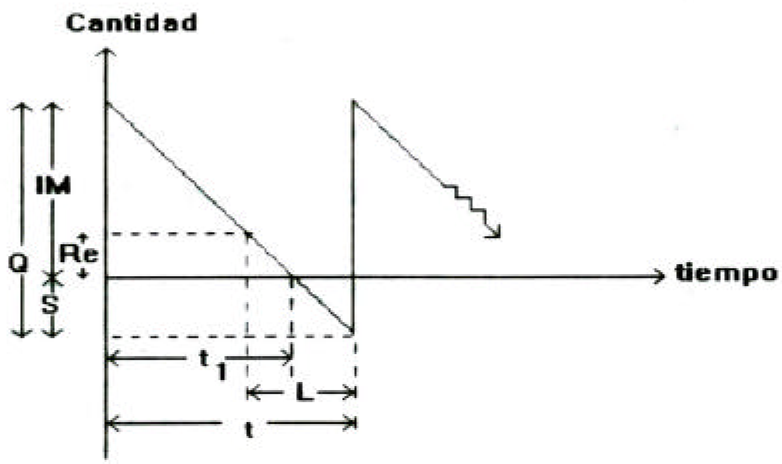
Δ ABD ~ Δ EBC

se tiene $Q/_t$ (Re + S) / L $\Rightarrow$ Re + S = Q(L/ $_t$) = D L

$$\boxed{Re = D\,L - S}$$

Se debe hacer el pedido cuando se tengan Re unidades en stock (si Re > 0) cuando se tengan Re unidades de déficit (si Re < 0)

FIGURA 1.11
Modelo de compra con déficit cuando existe tiempo de entrega



Ejemplo 1.12

Si en el ejemplo 1.3 el pedido demora en llegar 4 días. ¿Cuál es el punto de reorden y cuántas unidades pedir?

Solución.

L = 4 [días] =4/30 mes

D = 12.000 [u/a] Q*= 2.939 [u]

C1 = 1,50 [$/u] S* =490 [u]

C3 = 2 [$/u/a] Re=12.000*4/30 –490 =410 [u]

C2 = 600 [$/orden] Por lo tanto, se deben pedir de 2.939 u

C4 =10 [$/u/m] cuando queden 410 unidades en bodega.

1.7.5 VARIOS PRODUCTOS

Cuando el ciclo de producción o compras comprende varios productos, cada uno con una demanda y costos diferentes, se tienen dos alternativas para ordenar.

i) Pedir cada ítem por separado. En este caso se aplican las formulas apropiadas para cada ítem, es decir:

$$Qi^* = \sqrt{\left(\frac{2.C2i\ Di\ (C3i + C4i))}{C3i\ C4i\ (1 - Di\ /\ Ri)}\right.}$$

$$CTT = \sum_{i} C1\,Di + \sum_{i} \sqrt{\frac{2\ C2i\ Di\ C3i\ C4i\ (1 - Di/Ri)}{(C3i + C4i)}}$$

ii) Pedir todos los items juntos. Cuando se tienen muchos ítem y se piden por separado se dificulta su control, otras veces es posible pedir los items juntos y disminuir el costo por ordenar. Para determinar en el lote económico optimo, se tiene:

$$t1 = t2 = t3 = \ldots\ldots = \frac{Qi}{Di} = t \quad \text{por lo tanto}$$

$$CTj = \sum_{i} C1i\ Di + \sum_{i} \frac{C2i}{t} + \sum_{i} \frac{C3i\ C4i\ t\ Di\ (1 - Di/Ri)}{2(C3i + C4i)}$$

$$dCTj/dt = -\sum_{i} \frac{C2i}{t^2} + \sum_{i} \frac{C3i\ C4i\ Di\ (1 - Di/Ri)}{2(C3i + C4i)} = 0$$

$$t^* = \frac{\sqrt{2\,C2i}}{\sqrt{\dfrac{\sum C3i\ C4i\ Di(1 - Di/Ri)}{C3i + C4i}}}$$

Ejemplo 1.13

Un almacén comercializa tres tipos de artículos, los datos son los siguientes:

bien	1	2	3
dda (u/año)	2.000	600	1.500
C1	200	700	750
C2	600	900	800

El costo de almacenamiento es un 25% de la inversión.

a) Determine el lote optimo y costo si se pide por separado

b) Determine el lote optimo y costo si se pide junto.

<u>Solución.</u>

a)
$$Q1^* = \sqrt{2*600*2.000/0{,}25*200} = 219\,[u]$$
$$Q2^* = \sqrt{2*900*600/0{,}25*700} = 78{,}5\,[u]$$
$$Q3^* = \sqrt{2*800*1.500/0{,}25*750} = 113\,[u]$$

$$CV = \sqrt{2*600*2.000*0{,}25*200} + \sqrt{2*900*600*0{,}25*700} + \sqrt{2*800*1.500*0{,}25*750}$$

CV=49.915,38 [$/a]

b) C2i =2.300

C3iDi =486.250

$$t^* = \sqrt{4.600/486.250}$$

$$= 0{,}09726 \text{ [años]}$$

Q1* =2.000*0,09726 =194,5

Q2* = 600*0,09726 =58

Q3* =1.500*0,09726 =146

$$CV = \frac{2.300}{0{,}09726} + 0{,}09726*\frac{486.250}{2} = 47294{,}3 \text{ [\$/a]}$$

1.7.6 MODELOS CON RESTRICCIONES

Cuando se tiene un problema de inventario con restricción adicional, se encuentra el optimo sin considerar dicha restricción. Si este optimo satisface la restricción, significa que el optimo no cambia. Si no lo satisface debemos resolver un problema de programación no lineal, donde

FO: MIN CV
SA. restricción

Ejemplo 1.14

Suponga que en el ejemplo 1.10 la empresa dispone en caja sólo de $185.000 y no puede endeudarse. ¿Se modifica la solución optima encontrada en los siguientes casos?

a) Si se piden los items separados.
b) Si se piden los items juntos.
c) Si se modifica la solución optima, encuéntrela y determine el aumento ocasionado en los costos variables.

<u>Solución.</u>

La restricción seria: Q1 C1 + Q2 C12 + Q3 C13 $\leq$ 185.000

a) si se piden items separados

$$219 * 200 + 78{,}5 * 700 + 113 * 750 \leq 185.000$$
$$183.500 \leq 185.000$$

$\Rightarrow$ no se modifica la solución optima

b) si se piden los items juntos

$$194{,}5 * 200 + 58 * 700 + 146 * 750 \leq 185.000$$
$$189.000 \geq 185.000$$

$\Rightarrow$ se modifica la solución optima

c) Para determinar la nueva solución, se tiene:

$$\text{FO}: \quad \text{MIN} \sum_i \frac{C2i}{t} + \sum_i \frac{C3i\ t\ Di}{2}$$

$$\text{SA} \qquad \sum_i t\ Di\ C1i \ \leq 185.000 \qquad (Qi = t\ Di)$$

Corresponde a un problema de programación no lineal. Tenemos:

$\sum C2i$ = 2.300

$\sum C3i\ Di$ = 486.250

$\sum C1i\ Di$ = 1.945.000

Construimos el Lagrangeano:

$$L(t, \lambda) = 2.300/t + 243.125\ t - \lambda\ (t\ \ 1.945.000 - 185.000)$$

$$\partial L/\partial t = -2.300\ /\ t\ + 243.125 - \lambda\ 1.945.000 = 0 \quad (1)$$

$$\partial L/\partial \lambda = \lambda\ (1.946.000\ t - 185.000) = 0 \quad (2)$$

Si $\lambda \neq 0$, de (2) se tiene t = 0,095

Reemplazando t en (1) se tiene $\lambda = -0{,}006$ (?)

Por lo tanto: Q1 = 0,095 * 2.000 =190

Q2 = 0,095 * 600 = 57

Q3 = 0,095 * 1.500 = 142,6

y $\sum$ Qi C1i = 184.850 $\leq$ 185.000

$\Rightarrow$ esta es la nueva solución optima si se piden todos los items juntos.

CVj* =47.294,4 [$/año]

CVj nuevo =2.300/0,095 + 0,095 * 486.250 / 2 = 47.307,4

En consecuencia hay un aumento de 13,1 [$ al año]

1.8 PROBLEMAS PROPUESTOS.

1.8.1 Se requiere capacitar a 500 administradores en los próximos 100 días. El costo fijo al empezar el programa de capacitación es de $500.000 y el costo de mantenimiento por alumno durante el curso es de $250 diarios. ¿Cuanta gente debe capacitarse, conque frecuencia y cual es el costo mínimo? ***[R: 141 personas; 28 días, $35.355 al día]***

1.8.2 Utilizando los datos del problema anterior, pero suponiendo desconocido el costo de mantenimiento, ¿cuál debería ser este por día, si se quiere capacitar a 80 sujetos por ciclo? ¿ Y si se quiere capacitar a 250***?*** ***[R: 781 $/ad/día; 80 $/ad/día]***

1.8.3 Suponga los datos del problema **1.8.1** pero donde la empresa se compromete a pagar $1.000 por día por administrador que no este capacitado cuando se le necesite. En este caso, cual es el programa de capacitación de costo mínimo?. ¿Cuál es este costo?. ¿Cuál es la frecuencia del ciclo? ***[R: 158 personas; 31,6 días, $31.623 al día]***

1.8.4 Utilizando los mismos datos del problema anterior, pero suponiendo el costo penal desconocido. ¿Cuál seria este, si el periodo de capacitación es de 60 dias? ***[R: 71.4 $/ad/día]***

1.8.5 ¿Cuál seria la tasa de producción diaria de plumones cuya demanda anual es 1 millón, su costo fijo de producción es de $250.000, el costo de mantenimiento es de $1 por plumón por día, el costo penal es de $2,5 por día y la producción optima del ciclo se ha calculado en 60.000 unidades? ***[R: 6038 plumones diarios]***

1.8.6 Estime la cantidad optima de reorden de un articulo que tiene las siguientes características. Se consumen en forma constante 10.000 unidades por año, el costo fijo de cada orden es de $32 y el costo unitario anual de almacenamiento es de $0,5. Se carga además un costo anual por almacenamiento igual a un 20% del valor del inventario promedio. El precio unitario de cada articulo es variable ya que en una orden de 1 a 999 unidades la pieza cuesta $3 cada una, 1.000 a 1.999 unidades la pieza cuesta $2,95 y $2,9 si la orden es de 2.000 unidades o más. No se permite déficit y la entrega del producto es instantánea**.**

[R: 2000 unidades; CT=$30.140 al año]

1.8.7 Una empresa de calculadoras compra 3 tipos de partes para el ensamblado del producto final. Los dueños no desean tener invertidos en inventario de estas partes mas de $50 millones. No se permite diferir la demanda, el costo de almacenamiento de cada parte es igual al 20% de su costo o valor de compra, el resto de los datos son:

	Parte 1	Parte 2	Parte 2
Demanda anual	1.000.000	1.000.000	2.000.000
Costo	50.000	20.000	80.000
Costo orden	50.000	50.000	50.000

a) ¿ Cuantas piezas de cada parte deben ordenarse para minimizar costos, satisfacer la demanda y no exceder la restricción de $50 millones?

b) ¿Cuál seria la solución de no existir la restricción?

[R: item separado, no afecta restricción, t=0.00255 años; item juntos cambia óptimo a: t= 0.0466 año, Q1=Q2=46625, Q3=93250, CV=$53.217.158 al año]

1.8.8 Una empresa consume 32.000 litros de gasolina al mes. El costo es el siguiente: $2,8 para los primeros 20.000, $2,7 para los 20.000 siguientes y $2,6 si se excede de 40.000 litros. El costo fijo por cada orden es de $5.000. El costo de mantenimiento es de 0,5 $/lt/mes. Si no se permite diferir la demanda. ¿Cuánta gasolina se debe ordenar para minimizar el costo total? ¿Cuál es el aumento de los costos variables si el costo por ordenar es de $12.000? ***[R: compra lotes de 40000 litros, CV= $97.200 al mes, aumenta costo en $5.600 o un 40%]***

1.8.9 Una fabrica produce 50 tractores por día. La demanda es de 30 tractores por día. El costo unitario del tractor es de $100.000 si se producen 300 unidades o menos, y $80.000 si se producen mas de 300 unidades. El costo fijo de cada orden es de $10.000 y el costo de mantenimiento es de $500 por tractor por unidad de tiempo. ¿Cuál es el tamaño optimo de fabricación, con qué frecuencia debe comprar?. ¿Qué pasa si el descuento se hace sólo si se fabrican 500 tractores o más?. ***[R: fabrican lotes de 300 tractores, cada 10 días; si el descuento se hace por 500 tractores también conviene aceptar]***

1.8.10 Un proceso productivo requiere de 4 insumos, no se permite diferir la demanda y los datos mensuales son los siguientes:

Insumo i	Cu	Co	Demanda	Ch
1	10.000	100	10	0,1
2	50.000	50	20	0,2
3	10.000	90	20	0,2
4	10.000	20	10	0,1

a) Determine el tiempo de reorden de cada insumo si la entrega sufre un retraso de 3, 6, 9, 12 días respectivamente.

b) Suponiendo resurtimiento instantáneo. ¿Cuál debería ser el costo por orden máximo para que convenga ordenar todos los items juntos?.

[R: hay que ordenar cuando quedan 1; 4; 6 y 4 unidades del insumo 1, 2, 3 y 4 respectivamente; el costo de ordenar debe ser a lo sumo $ 188,68]

1.8.11 Determine el lote económico optimo de un producto que tiene las siguientes características: ***[R: Q óptimo es 2000 y el CT = 2.974.500]***

a) Consumo anual a tasa constante de 10.000 unidades , Costo fijo de procesar una orden $3.200, Costo unitario de almacenamiento de $0,5 por unidad al año

b) Intereses anuales evaluados en un 20% de la inversión del inventario medio

c) Precio unitario $300 si orden es de 1 a 999, $295 si orden se encuentran entre 1.000 y 1.999 y $290 si la orden es de 2.000 o más

d) No se permite diferir la demanda y la entrega es instantánea

1.8.12 Una compañía fabrica dos productos A y B. La demanda anual de A es de 50.000 y la de B 60.000 unidades. Los costos de puesta en marcha de cada producto es $1.000; El costo unitario por tener inventario del producto A es $4 por año y un 25% para B, el lote económico óptimo del producto B es el doble que el de A. Cada unidad A cuesta $16 y cada una de B cuesta $12.

a) Determine la tasa de manufactura suponiendo que es la misma para A y B.

b) ¿Cuántas veces debería la Compañía iniciar la producción de cada producto?

c) ¿Cuál es la inversión en inventario?

[R: 66.666 unidades al año; 9.85 veces al año A y 5.22 veces al año B; II= $161.139 al año]

1.8.13 Una compañía compra 40.000 pesos de cinta al año, el costo de una cinta es de $1. Su proveedor le hace un descuento de un 25% si el pedido es trimestral. Si el costo de compra es de $22,50 por pedido y el costo por tener una unidad en inventario es de $4,95 al año. ¿Se debe aceptar la oferta?

[R: No conviene aceptar la oferta, ahorro menor que aumento de costos variables]

1.8.14 Las lavanderías de la Empresa "Quitamugres" usan 30.000 galones de tolueno anuales. El precio de compra de tolueno es de $200, el galón, el costo de almacenamiento es 10% anual de hacer un pedido; y hacer un pedido es de $3.000 por orden. La política actual de la empresa es comprar cantidades iguales cada 2 meses.

a) ¿Cuál es el lote optimo? y ¿Cuántas ordenes debería colocarse por año?

b) ¿Cuánto ahorraría la empresa si adoptan la nueva política?

[R: el lote óptimo es de 3000 galones; se compra 10 veces al año; ahorro es $8.000 (13%)]

1.8.15 Estamos en el año 2100 DC. Ud. es un fabricante en el planeta Noriza, produce ramplas portátiles de lanzamiento para viajes interplanetarios. Ud. Produce tres líneas de estos productos uno para uso domestico, otro para uso comercial y otro para uso del gobierno. Hay 3 ítems baratos que son necesarios para el funcionamiento de estos productos y cuya demanda anual y precio se da con la tabla siguiente:

ITEM	DEMANDA ANUAL	PRECIO ($)
X	50.000	400
Y	20.000	600
Z	10.000	250

El costo por tener estos ítems se estima en 10% anual, el costo por ordenar $2.000 por orden. La política actual de la empresa es pedir cada ítem trimestralmente

a)¿Cuál es el costo total por tener inventario y por ordenar anual con la política en uso?

b)¿Cuál es la política optima y cuál es su costo total anual?

[R: costo por ordenar es de $8000; costo por inventario anual es de $ 862.500; política óptima es: Q1= 1700, Q2= 6800, Q3= 340 y CT= $ 34.676.123,5 al año]

1.8.16 La asociación de Estudiantes de Comercio decidió lanzar una guerra psicológica contra los de Arte de una Universidad. Se propusieron hacer esto usando varios botones con frases alusivas en ellos. El presidente decidió que el debería tratar de minimizar los costos. Cada orden cuesta $100 por procesar y la administración le han informado que tendrá un costo de almacenamiento del 20% del valor del inventario. El presidente estima que la demanda seria 6.000 botones en el primer año y el costo dado por el proveedor es de $50 la docena. Determinar:

a) ¿Cuántas ordenes debería colocar? ,¿Cuál debería ser el tamaño de cada orden y el costo total?

b) ¿Cuál es el aumento de los costos variables si el costo por tener inventario se estima en 12% anual?

[R: se deben colocar 5 ordenes al año, el lote económico es de 100 docenas y el CT= $26.000; el aumento de CV es de $ 832, es decir, 3,2%]

1.8.17 La compañía ABOM usa el formulario CD-1. Los empleados de esta compañía usan 125.000 formularios anuales en el desempeño de su trabajo. La compañía ha determinado su política optima de inventarios y ha encontrado que la inversión media en inventario de estos formularios debería ser $875/año. El precio de cada formulario es de $0,7 y el costo por tenerlo es de 14% del inventario promedio.

a) ¿Cuál es el numero optimo de ordenes al año?

b) Si el costo por ordenar es $500. ¿Cuál es el costo total?

c) ¿Cuál es el costo total mínimo? ¿Cuál es el aumento de CV?

[R: se ordena 50 veces al año, CT= 25.122,5, CT óptimo es de $ 3.500, aumento CV es un 717%]

1.8.18 La compañía A vende secadores de pelo a las compañías B y C. La compañía B ordena 200 secadores 5 veces al año y la compañía C ordena 240 secadores 10 veces al año. Al hacerlo así, las compañías B y C sostienen que están usando su política optima. Los costos por tener inventarios y el precio son iguales para ambas compañías. ¿Podrían en realidad ambas compañías estar operando a sus niveles óptimos? Si es así en qué son diferentes las dos compañías? ¿Qué condición se debe cumplir?

[R: tienen distinto C2 y deben cumplir la siguiente relación: 5 C2B= 6 C2A]

1.8.19 La compañía A compra 1.500 pinceles anuales a la compañía X. Los pinceles cuestan $40 cada uno, el costo por ordenar es de $180 por orden y el costo por tener inventario es del 15%. Si el costo por déficit es de $10 por unidad al año.

a) ¿Con qué frecuencia deben colocarse las ordenes y que cantidades deberían ordenarse?
b) ¿Cuántos son los costos totales y los costo por tener inventario?
c) A la compañía le ofrecen un 20% de descuento si compra por lotes de 750 ó más, ¿debería aceptar el descuento?

[R: se debe ordenarse 380 pinceles, 4 veces al año, CT =$ 61.586,4 al año , II= 181,4; le conviene aceptar el descuento, es decir, comprar lotes de 750 unidades]

1.8.20 Una compañía compra la pieza Z1, su costo de compra es de US$35 por pedido y US$2,2 vale la pieza. El cargo al inventario es de 18% anual. Actualmente la empresa compra US$22.000 de esa pieza al año.

¿Cuál es lote optimo y cuantas ordenes deben colocarse? ¿Cuál es el tiempo entre pedidos?

[R: lote óptimo es de 1394 piezas, 8 veces al año y 1.5 meses es el tiempo entre pedidos]

1.8.21 Una empresa trabaja con la política optima de compras y le han ofrecido el 1% de descuentos si compra dos veces al año. Si la empresa compra $50.000 de piezas fundidas al año, los cargos administrativos son de $50 por compra y el cargo al inventario es 2[$/unidad/año] y el costo unitario es de $1.

¿Debe aceptar la oferta? De no ser así, ¿desde qué % de descuento le conviene aceptar?

[R: No conviene, el descuento debe ser al menos un 43,7%]

1.8.22 Un almacén produce y vende 3 tipos de artículos. Se desea que el valor del inventario promedio nunca exceda los $60 mil y tampoco se permite déficit. Si los costos de almacenamiento son de 0,25 [$/u/año] y se tiene lo siguiente:

Articulo	1	2	3
Demanda (u/año)	2.000	600	1.500
C1	18	70	75
C2	60	90	80

a) Determine los qi óptimos (no considere la restricción), si tasa de producción es instantánea y los ítems se piden juntos.

b) Determine los qi óptimos (no considerar la restricción), si las tasas de producción para cada articulo son 4.000, 2.000 y 5.000 unidades respectivamente (los ítems se piden juntos).
c) Si consideramos la restricción, ¿se modifica la solución dada en a? ¿y la dada en b?
d) Volviendo a la situación b). Si el jefe de producción indica que es posible bajar los costos unitarios de cada ítem en un 1%, siempre que se produzca cada 11 meses. ¿Le conviene a la empresa modificar la política optima de producción?

[R: ítem juntos: a) Q1= 1340, Q2=402, Q3= 2005; b) Q1= 1726, Q2=518, Q3= 1295; la restricción modifica a) y b); caso b) se tiene: Q1= 630, Q2=189, Q3= 472,5; le conviene modificar la política óptima, tiene menor costo]

1.8.23 Una empresa se trabaja con 5 ítems y se tiene lo siguiente:

Items	1	2	3	4	5
Tamaño Lote	200	100	500	80	1.000
C3	2	1	4	5	1
C4	50	40	20	30	10
Espacio (m^3/u)	5	3	9	12	2

La capacidad en bodega es de 3.000 m^3. Si se hace un solo pedido cada 4 meses cuyo costo es $100.

<u>-Sin considerar restricción</u>

a) Determine si sé esta trabajando con la política optima.
b) Si el pedido demora en llegar 10 idas determine el punto de reorden para cada ítem: (1año=300 días).

<u>-Si se considera la restricción</u>

c) ¿Se modifica solución optima de a)?, de ser así, ¿Cuál es esta?

[R: no trabaja con política óptima; punto de orden es de 20, 10, 50, 8, 100 unidades para ítems 1, 2, 3, 4 y 5; la restricción no modifica la solución óptima]

1.8.24 El informe anual de la Empresa W indica que se hizo una emisión de 2,3 millones de acciones comunes a $38 por acción.

Se sabe que las necesidades de capital son de cerca de $285 millones al año con un promedio de $185 millones aportados por emisión de bancos y otras fuentes de capital (abonos del personal, utilidades no distribuidas, etc.)

El costo de cobrar una emisión en el mercado, incluyendo personal administrativo, arriendos, derechos de registros, es de alrededor de $600.000 a los niveles de salarios actuales. El costo del capital (dividendos cargados a los accionistas) es de alrededor del 10% anual después de pagar los impuestos. El capital no cesado se invierte en valores a corto plazo al 5% anual.

a) Si las necesidades de capital, precios de las acciones y costos asociados pueden proyectarse para los próximos años, determinar el tamaño de la emisión (números de acciones comunes) que deberían dar un costo mínimo en proporción al capital para satisfacer las necesidades de la Empresa en el largo plazo. ***[R: 695.852 acciones]***

b) Si supiésemos que la emisión de 2,3 millones de acciones fue el lote que minimiza los costos totales de proporcionar el capital necesario para la operación de la empresa en el largo plazo (no considere ningún aporte adicional) y que el costo de cobrar una emisión en el mercado no cambia, ¿Cuál es el costo implícito (% anual) por la compañía?

   [R: el costo de almacenamiento debe ser de 137% al año]

1.8.25 Un mayorista distribuye anualmente 12.000 unidades de un cierto producto desde su bodega. El costo de transporte asociado con cada envío a la bodega es de $22.500. Cada unidad le cuesta %800 y el capital inmovilizado en el inventario puede invertirse en cualquier otra parte a una tasa del 7% al año.

¿Cuál es la cantidad optima que debe mantener en inventario? ***[R: 3105 unidades]***

1.8.26 La Hope Airlines entrena 200 azafatas anualmente. El costo de entrenar una promoción es de $300.000. El salario anual de una azafata es de $160.000 y la Compañía ha establecido un fondo cuyos intereses sirven para pagar los salarios anuales de las azafatas. La compañía ha determinado que este fondo puede se invertidos y dar un retorno del 12%.

a) ¿Cuál debería ser el tamaño del curso para minimizar los costo? ***[R: 79 azafatas]***

b) ¿Cuál es el costo mínimo total? ¿Cuántos cursos se dictan al año?

   [R: CV= $1.517.893 al año y se dictan 2,5 cursos al año]

1.8.27 Una compañía tiene un nivel de venta anual de 1.000 unidades. En los tres primeros meses del año el costo por iniciar la producción es de $1.000, el costo de fabricación por unidad es $160. Sabemos que el lote económico es el mismo durante todo el año (y puede ser calculado a partir de los costos para los tres primeros meses del año). El costo por tener inventario es el 20% por año. El costo de fabricación de una unidad ha aumentado a $200 en los últimos nueve meses del año-

a) Encuentre el lote económico optimo ***[R: lote óptimo es de 250 unidades]***
b) ¿Cuál debe haber sido el valor de C2 para la ultima parte del año? ¿Cuál fue el valor medio de C2 para el año? ***[R: C2 para última parte año es de $ 1200 y el valor promedio de C2 es de $1150 la orden]***

1.8.28 La compañía "Escasez de Personal" tiene inscritos un gran numero de personas que desean trabajar cuando sea posible en una empresa minera. La compañía ha firmado recientemente un contrato para proporcionar 20.000 horas-hombre de trabajo durante el próximo año (50 semanas) a la Empresa Minera XYZ, que esta en otra ciudad. Los términos del contrato estipulan que las horas-hombre deben proporcionarse siempre que sean solicitados. La compañía "E de P", de acuerdo a disposiciones laborales, debe firmar un contrato colectivo con grupos de trabajadores que reclutan para cumplir con sus obligaciones fuera de la ciudad. Esto crea un gran problema a la compañía.

Durante la duración del contrato debe depositarse en las oficinas del Ministerio del Trabajo, una cantidad de dinero equivalente a la mitad del total contratado a pagar a cualquiera de los grupos. Esto le significa a la compañía "E de P" $0,25 anualmente por cada dólar de su capital atado en la operación.

La compañía "E de P" puede contratar gente sólo en la ciudad donde esta ella ubicada, así es que todos los hombres deben ser transportados a la mina. Los trabajadores tienen una jornada de 40 horas, 5 idas a la semana, la compañía "E de P" paga US$2 la hora. Le cuesta US$200 transportar cualquier cantidad de hombres desde su ciudad a la mina.

a) ¿Cuál debería ser el tamaño de la orden en horas-hombres para minimizar los costos totales? ¿Por cuánto tiempo debería firmarse el contrato con los grupos de trabajadores?
b) ¿Cuántos trabajadores deberían asignarse a cada grupo contratado?
c) ¿A cuanto asciende el costo por transporte al año?

[R: debe contratar lotes de 4000 h-h, cada 10 semanas, se deben signar 100 hombres y Cto transporte es de $100 por año]

1.8.29 Un fabricante de carteras produce 4.000 unidades anuales. El costo de fabricación es de US$2,5 por cartera y el costo por iniciar la producción es de US$ 20, si el costo por tener inventario es el 10% del inventario medio. La demanda es de 3.000 carteras al año.

a) ¿Cuántas veces debería producirse por año y cuántas carteras?
b) Un estudio de costos posterior revelo que el costo verdadero por iniciar una producción es de US$25 y que el costo por tener inventario es del 18% del inventario medio ¿Qué efectos tiene esto sobre los costos variables?

[R: debe producirse 44 carteras, 68 veces al año, el error en los costo de producción produce un 0,45% de aumento en costos variables]

1.8.30 Una compañía vende 8.000 pelucas anuales, la tasa de producción es de 120 unidades diarias, las ventas son de 40 unidades diarias. La puesta en marcha tiene un costo de $104.000, el costo de fabricación de una unidad es de 3.000 y la manutención de una unidad en inventario cuesta 25% anual.

a) ¿Cuál es el inventario medio?
b) ¿Cuántas veces en el año debería producir la compañía?

[R: I medio= $608 al año y debe producir 4,4 veces al año]

1.8.31 Una compañía consume 80.000 motores eléctricos al año. La política optima de la compañía muestra que el costo total mínimo se obtiene cuando se efectúan 12 pedidos al año. El costo de puesta en marcha asociada a cada tanda es de $125 y el costo unitario es de $3.

a) ¿Cuál es la inversión media en inventario? ***[R: I media= $10.000,5 al año]***
b) Si la demanda ha aumentado a 120.000 motores anuales y el costo de puesta en marcha es de $120 ¿De qué manera se modifica el tamaño del lote?

[R: con el cambio hay que producir lotes de 8000 motores]

1.8.32 La compañía ABQM produce cierto producto a una tasa constante de 13.500 unidades por año; cada unidad cuesta $2,50 por fabricación, el costo por iniciar una vuelta de producción es de $30 y el costo por tener una unidad en inventario es del 10% anual. La demanda es de 10.000 unidades al año.

a) ¿Cuál es el lote económico optimo y conque frecuencia debe hacerse?
b) Demuestre que los términos en el CV del miembro derecho e izquierdo tienen las mismas dimensiones fundamentales ($/año).

[R: lote óptimo es de 3038 unidades y se produce 3,3 veces al año]

1.8.33 Una empresa consume 125 unidades al año de un producto, el costo de inventario es un 25% mensual del inventario promedio y el costo de pedido es de $15. Cada pieza cuesta $2 y la cantidad económica de pedido es de 300 unidades. El flete de un embarque de 300 unidades es de $95 y si se embarcan 500 unidades es de $122. ¿Conviene pedir 500 unidades para aprovechar el ahorro del flete? ***[R: Si conviene, tiene menor costo]***

1.8.34 Una Compañía tiene un contrato para suministrar 600 unidades en 6 meses. El costo de almacenamiento y el costo de escasez durante ese periodo es de 30 y de 60 dólares por unidad respectivamente. Cuesta 20 dólares iniciar una tanda de producción, si la tasa de producción es de 2400 u/6meses. Determine:

a) La frecuencia con que debe programarse la producción y la cantidad que debe producirse.
b) Determine la inversión en inventario si le cuesta US$250 la unidad.

[R: se producen 127 unidades cada 1,3 meses y la II media = $US 1518,75 al año]

1.8.35 Una Compañía necesita 1.350 mezcladoras de cemento al año. El costo de almacenamiento anual es de US$40 por mezcladora, el costo por escasez es de US$50 por mezcladora al año y el costo de hacer un pedido es de US$150. Determine el tiempo entre pedidos, el inventario máximo y el tiempo de déficit.

[R: 1,2 meses en tiempo entre pedidos, I máximo es de 75 mezcladoras y 0,5 meses es tiempo de déficit]

1.8.36 Una Compañía puede comprar golillas a cualquiera de dos proveedores. La Compañía utiliza 5.000 kg. de golillas al año, el costo por tener inventario es el 10% del inventario promedio. Si el proveedor A tiene $200 el kg. y el costo por ordenar es de $20. El precio del proveedor B es de $225 el kg. y el costo por ordenar es de $14,4. Si el costo por déficit es de $100 por unidad al año. ¿A que vendedor debe comprar cuánto y cada cuánto tiempo?

[R: le conviene comprar a A, 110 golillas cada 1,05 semanas]

1.8.37 Una Compañía consume 3.000 unidades anuales de un producto. El costo por tener inventario es de $3 por unidad al año, el costo por déficit es de $10 por unidad al año, el costo por ordenar es de $15 por orden. La Compañía paga $20 por cada unidad y la política actual es comprar las piezas una vez al mes. El gerente piensa que puede haber una política mejor. ¿Es esto efectivo?, de serlo, ¿Cuál seria el ahorro producido?

[R: Si hay una política mejor y hay un ahorro de $ 13,5 al año]

1.8.38 El FAS necesita 2.000 pilotos nuevos cada año a un costo para el Gobierno de US$ 15.000 por piloto, según estimaciones del departamento de personal. El gobierno quiere demostrar a los contribuyentes la forma inteligente en que está gastando sus dineros y ha puesto en circulación un folleto mostrando que en la administración pasada habían tres programas de reclutamiento al año a un costo de US$200.000 cada uno. El gobierno actual fue capaz de reclutar 2.000 hombres que se necesitaban en un solo programa cuyo CV=$2.000.000. El partido de oposición opina que la actual administración esta dilapidando la plata de los contribuyentes porque al gobierno le cuesta 12% anual mantener el programa y que esta equivocado. ¿Esta el gobierno llevando a cabo una política mejor de la que hizo la oposición? ¿Por qué? ¿Qué recomendaría Ud.?

[R: gobierno está equivocado, la política anterior era la óptima]

1.8.39 La compañía ABQM usa una pieza muy especial en una maquina que fabrica. En los años anteriores el consumo anual de estas piezas ha sido 3.600. Se estima que los cargos por tener inventario es del 15% y el costo de ordenamiento es $15 por orden. La compañía ha estado pagando $20 por cada una de estas piezas y la política actual es comprar las piezas una vez al mes. El gerente piensa que existe una política de compra más inteligente a seguir.

a) Recomiende la mejor política de compra.
b) Calcule cuanto es el ahorro que les produciría su política al año.

[R: debe comprar lotes de 190 piezas y se produce un ahorro de $ 60,8 al año]

1.8.40 Una empresa embarca 400.000 Kg. de lubricante por carros de ferrocarril desde la planta mezcladora anualmente. Bajo las circunstancias actuales, el Superintendente distribuidor ordena embarques al azar y la planta mezcladora manda el producto como es solicitado. Como los embarques recientes han variado en peso entre 24.000 Kg. y 100.000 Kg., ha ordenado efectuar un estudio para determinar la cantidad optima a enviar. Los datos relevantes son:

Costos fijos por orden:	Carga, 12 h-h a $30/hora	= 36.000
	Vagón FF.CC.	= 10.000
	Gastos Adm.	= 14.000
	Gastos fijos totales	60.000

Costo medio del lubricante : $50 por galón (1 galón =5Kg)

Costo por tener inventario :10% anual

Demanda anual :400.000 Kg.

Los costos por FF.CC. varían como sigue:

Embarque mínimo	Costo por Kg. ($)	Embarque mínimo	Costo por Kg. ($)
24.000	11,8	60.000	9,1
30.000	10,5	80.000	8,6
40.000	9,7	100.000	8,4
50.000	9,3	120.000	8,3

a) ¿Cuál es la cantidad optima a enviar?

b) ¿Cuál es el costo mínimo total?

[R: se deben enviar lotes de 120.000 kgr, CV = $649.799 al año]

1.8.41 De cierto combustible se necesitan 2 toneladas diarias. El costo de no tener combustible es de $0,5 toneladas al día y el costo de almacenamiento es de $0,2 toneladas al día. Los siguientes datos corresponden a comprar y fabricar el combustible: El costo de compra es de $14 la tonelada, $90 el costo de hacer una tanda de producción y se pueden fabricar 6 toneladas diarias. ¿Es más económico producir o comprar el combustible? ***[R: conviene producir]***

1.8.42 Una compañía puede producir 36.000 válvulas diarias cuando se inicia una producción. Esta Compañía tiene contrato para entregar 20.000 válvulas diarias. Si el costo por tener una válvula en inventario durante un año es de $30 y el costo de iniciar una producción es de $7.500

a) ¿Cuál es lote económico? (1 año =360 días)

b) ¿Cuál es el % de aumento en costos variables si el C2= $12.000?

[R: lote óptimo es de 89443 válvulas, el aumento costos variables es de un 2,8%]

1.8.43 La compañía ABQM produce cierto producto a una tasa constante de 13.500 unidades al mes; cada unidad cuesta $2,50 por fabricación, el costo por iniciar una vuelta de producción es de $3.000 y el costo por tener una unidad durante un año en inventario es del 10% mensual.

a) ¿Cuál es el lote económico optimo si le demandan 1.000 unidades/mes?

b) ¿Cada cuanto tiempo se produce? ¿Cuál es el tiempo de manufactura?

c) ¿Cuál es el % de aumento en costos variables si por problemas técnicos la tasa de manufactura es de 10.000 unidades diarias?

[R: lote óptimo es de 5.091 unidades, se produce cada 5,1 mes y el tiempo de fabricación es de 1,5 semanas; se produce un aumento en CV de 20,8 %]

1.8.44 En una empresa la demanda es de 48.000 Kg./año, C3=140 $/Kg./año, C2=2.500 orden, los lotes de pedido deben ser en cajas de 1.000 Kg. Cada vez. Determine lote económico optimo y su costo mínimo. Se puede cambiar a un proveedor que permita que el pedido sea por cualquier cantidad, si el proveedor tradicional vende c/caja de 1.000 Kg en $80.000 ¿Qué precio del segundo proveedor justifica el cambio? ***[R: debe comprarse lotes de 1000 kg y CV= $ 190.000 al año; el precio debe se 80, 146 $/kg]***

1.8.45 Una empresa fabrica 3 productos, cuyas características son:

Producto i	1	2	3
Demanda diaria	100	200	150
Tasa produccción Día	500	800	300
Costo almac. $/u/día	0,01	0,016	0,012
Costo arranque	360	480	45
Tiempo arranque (días)	0,25	0,25	0,5

Se encontró que debido al tiempo que tardan los arranques hay capacidad suficiente para hacer cada producto en la cantidad dada por lote económico optimo del modelo de manufactura sin déficit. Determine Q producidos si el tiempo de arranque del producto no puede comenzar hasta que se haya terminado el lote anterior.

[R: lote óptimo debe ser: Q1= 3125, Q2= 4200 y Q3= 1650]

1.8.46 Una fabrica de productos químicos requiere para su proceso productivo de varias sustancias, los que transporta en un camión cuyo costo es de $120.000. El costo de almacenamiento es un 10% del valor del inventario. La demanda anual y precio unitario es:

Sustancia	1	2	3	4
C1	210	120	180	30
Dda. Anual	4.800	7.200	9.000	12.000

Determine: tiempo entre pedidos; lote eco. Optimo para c/ítem y CVT.

[R: 0,79 año es el tiempo entre pedidos, Q1= 37.888, Q2= 5.683, Q3= 7.10 y Q4= 9.472, CVT=$304.052,7 al año]

1.8.47 Una empresa entrega uniformemente la producción de 3 ítem a una refinería de petróleo, debido a la importancia de estos items, la empresa no puede quedar sin inventario La demanda, costo unitario, C2 de cada ítem se entrega a continuación:

Item	Demanda anual	C1	Costo ajuste
A	83.000	40	450
B	24.000	70	800
C	20.000	30	1.200

Cada ítem se produce separadamente en maquinas que deben ajustarse y revisarse cada vez que se inicia una tanda de producción. El costo de almacenamiento es un 10% anual.

a) Determine lote económico optimo y su costo asociado.

b) Si la bodega tiene capacidad para 3.000 m³ y cada unidad de A ocupa 0,15 m³, B 0,8 m³ y C 0,2 m³ ¿Cambia la solución del problema?, De ser así, ¿cuál seria esta?

[R: sin restricción: QA= 4322, QB= 2342 y QC= 4000 y CV= $ 45.681 al año; con restricción cambia solución a: QA= 4100, QB= 2025 y QC= 3651]

1.8.48 Una compañía consume 3 ítem, para ello recibe envíos cada 2 meses los cuales no siempre incluyen todos los items, el costo por pedido es 200 y además cada tipo de ítem adicional al que se pide aumenta su costo en $50. Los C3 y demanda se dan a continuación:

Item	1	2	3
Demanda mensual	1.800	225	400
C3 $/u/mes	2	4	1

Determine lote económico optimo. ***[R: Q1= 2160, Q2= 270 y Q3= 480 y CV= $ 740/ mes]***

1.8.49 La demanda anual uniforme de 2 items es 90 ton. Y 160 ton. C3 es $250 y $200 por ton/año, C2 es de 50 y 40 cada vez. No se admite déficit. Las restricciones de espacio son de 4.000 m^3. Si una tonelada de 1 ítem ocupa 1.000 m^3 y el otro 500 m^3. Encuentre el lote económico de cada ítem. ***[R: Q1= 2, Q2= 4]***

1.8.50 Una empresa requiere mensualmente 25 toneladas de cierta materia, esta debe ser traída en camiones cuya capacidad máxima es de 8 ton., el costo de transporte es de 50.000 c/camión. (independiente de su carga), C3=$40/año/ton.

Costo transporte	Capacidad
50.000	$0 \leq a < 8$ ton
100.000	$8 \leq a < 16$ ton
150.000	$16 \leq a < 24$ ton
200.000	$24 \leq a < 32$ ton

Determine: ¿cuál es el lote económico optimo?, ¿cuál es su costo asociado?

[R: lote óptimo es de 24 ton y CV= $1.875.480 al año]

2.0 MODELOS DE INVENTARIO PROBABILISTICO Y ESTATICO

Dentro de los modelos de inventario vistos hasta el momento, se ha considerado la demanda como un valor conocido con certeza, cuando en realidad es una variable de la cual se conoce a lo sumo su valor con una determinada probabilidad de ocurrencia o su función de probabilidad. En todo caso, se consideraran solo aquellos problemas cuya demanda tiene un comportamiento probabilístico y estático, cualquier otra situación se resolverá por simulación.

2.1 MODELO DE COMPRA O MANUFACTURA SIN DEFICIT

Supuestos:

La demanda se efectúa a tasa constante donde se conoce su valor esperado.
Los costos no cambian en el periodo T.

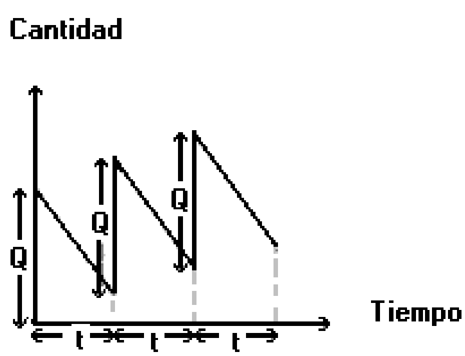


FIGURA 2.1 a)

Modelo de compra sin déficit cuando no existe inventario de seguridad.

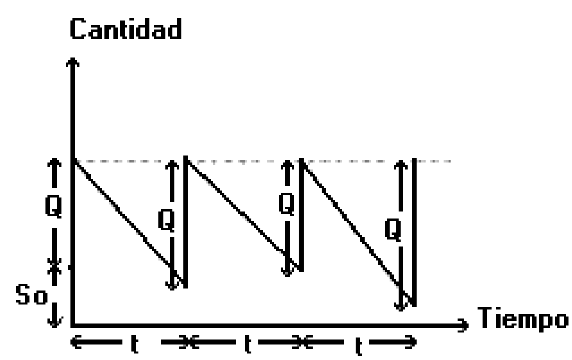


FIGURA2.1 b)

Modelo de compra sin déficit cuando existe inventario de seguridad.

Se verán DOS METODOS de solución:

2.1.1 Sin Inventario De Seguridad.

Se utilizan las formulas de los modelos 1.1 o 1.2, donde D es reemplazado por el valor esperado.

$$\boxed{\bar{D} = \sum^{n} x \; p(x)}$$

Se recomienda cuando la demanda fluctúa entre valores pequeños, es decir, tiene poca dispersión.

Se caracteriza porque el tiempo entre pedidos y Q* es fijo, pero IM es variable.

2.1.2 Con Inventario De Seguridad (revisión periódica)

Al utilizar el método anterior puede ocurrir que, en algún momento dado se tenga déficit, y como esto no puede pasar se trabaja con un inventario de seguridad (So), para lo cual, con las fórmulas de los modelos 1.1 o 1.2:

-calcular Q* y t

-se determina la demanda máxima en el periodo t (t • Dmax)

$$\boxed{\begin{array}{l} So = t \quad Dmax - Q^* \\ IM = Q^* + So \end{array}}$$

La política es, cada el tiempo t se pide lo que falte para completar IM unidades.

Se recomienda cuando la demanda es muy variable y se caracteriza por tener tiempo entre pedidos e IM fijo, pero lote económico optimo es variable. (Supone conocido el número de unidades en stock en el instante t, haya revisión periódica)

- Si la demanda tiene una distribución normal con media y varianza y el riesgo de tener déficit o porcentaje de períodos en que se produce falta de stock, se tiene que:

$$So = Z \, a \quad - s$$

- Si la demanda tiene una distribución uniforme comprendida entre a y b, la media es a+b/ 2, la varianza es (b - a)/√12 y un riesgo de tener déficit, se tiene que:

$$So = (0{,}5 - a)(b - a)$$

Nota: Si se trabaja con un modelo de compra, la tasa de reaprovisionamiento es instantánea.

Ejemplo 2.1

El costo por ordenar es de $160, el costo de almacenamiento es de 0,1 [$/u/sem] y la demanda semanal tiene la siguiente distribución:

Demanda (sem)	150	200	250
Probabilidad	0,3	0,4	0.3

Determine el lote económico optimo y su costo asociado.

Solución.

C3=0.1

C2= 160

$\bar{D} = 200\ [u/sem] \qquad Q^* = \sqrt{2\ C2\ \ D/C3} = \sqrt{2 * 160\ * 200/0,1} = 800\ [u]$

1: -Sin stock seguridad

t = Q/D =800/200 = 4 [sem]

CV*=C2 D/Q +C3 Q/2 =160 * 200/800 +0,1 * 800/2 =80 [$/sem]

⇒ La política optima es pedir 800 [u] cada 4 semanas y el costo esperado es de $80 a la semana.

2:-Con stock de seguridad.

So= 4 * 250 - 800 =200

IM* = 200 + 800 = 1000

CV* = C2 D/Q + C3 (Q+So) /2 =160 * 200 / 800 + 0,1* 1.000/2=90 [$/sem]

⇒ La política es pedir cada 4 semanas lo que falte para completar las 1.000 unidades y el costo esperado es de $90 a la semana.

Ejemplo 2.2

Suponga que en el ejemplo 2.1 la demanda se distribuye normalmente con media 200 [u/sem] y desviación típica de 20 [u/sem]. Determine el inventario de seguridad si se trabaja con un riesgo de un 5%.

<u>Solución.</u>

$\mu = 200$

$\sigma = 20$

$Q^* = 800$ $\quad$ $Z95\% = 1{,}645 \Rightarrow$ $So = 20 * 1{,}645 = 23{,}3$

$IM = 833$ [unidades al mes] $\quad$ $CV = 160 * 200 / 800 + 0{,}1 * 833/2 = 81{,}65$ [$/sem]

⇒ La política es pedir cada 4 semanas lo que falte para completar las 833 unidades y el costo esperado es de $81,65 a la semana.

Ejemplo 2.3

Suponga que en el ejemplo 2.1 la demanda se distribuye uniformemente entre 150 y 250 u/sem. Determine inventario de seguridad con un riesgo de un 5%.

<u>Solución.</u>

$D = \frac{150+250}{2} = 200$ $\quad$ $Q^* = 800$ $\quad$ $So = (0{,}5 - 0{,}05)(250-150) = 45$

$IM = 845$ [unidades al mes]

$$CV = 160 * \frac{200}{800} + 0{,}1 * \frac{845}{2} = 82{,}25 \text{ [\$/sem]}$$

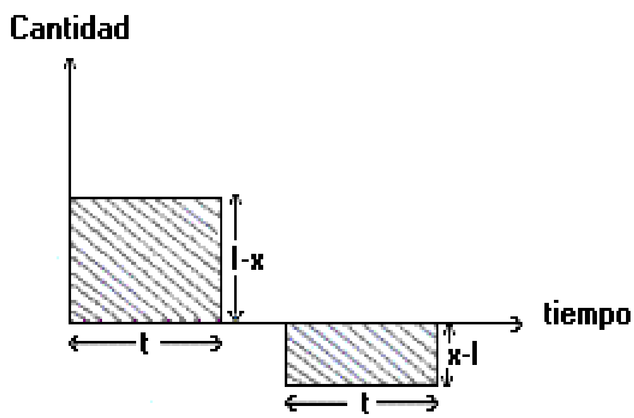
⇒ La política es pedir cada 4 semanas lo que falte para completar las 845 unidades y el costo esperado es de $82,25 a la semana.

2.2 MODELO DE COMPRA CON DEFICIT, CONSUMO INSTANTANEO.

Supuestos:

La demanda es una variable aleatoria y se consume instantáneamente.
Los costos no cambian en el periodo T.
Hay revisión periódica (t es conocido, fijo)
La tasa de reaprovisionamiento es instantánea.
Antes de tomar la decisión se puede saber si el nivel del inventario es positivo o no.

FIGURA 2.2:
Modelo de compra con déficit y consumo instantáneo



Sea **X** variable aleatoria de la demanda, **I** el nivel de inventario existente e **Y** el nivel optimo de inventario.

Si **X**< **I**, el inventario final es > 0
Si **X**> **I**, el inventario final es < 0

Por lo tanto existe costo de almacenamiento si Y > X y será C3(Y-X), y existe costo de déficit si Y < X y será C4(X-Y). El costo total esperado (CTE) será:

CTE= costo producción o compra + costo almacenamiento + costo déficit

Si la **variable es discreta** y **u** es la amplitud de intervalo, se tiene:

$$CTE(Y) = C1\,(Y-1) + C3\sum_{0}^{y}(Y-X)\;p(X) + C4\sum_{y+u}^{\infty}(X-Y)\;p(X)$$

Y es optimo si $\quad CTE(Y) \le CTE(Y\text{-}u) \quad$ i)

Y $\quad CTE(Y) \le CTE(Y+u) \quad$ ii)

De i) se tiene:

$$C1\;(Y-1) + C3\sum_{0}^{y}(Y-X)\;p(X) + C4\sum_{y+u}^{\infty}(X-Y)\;p(X) \le$$
$$C1\;(Y-u-1) + C3\sum_{0}^{y-u}(Y-u-X)\;p(X) + C4\sum_{y}^{\infty}(X-Y+u)\;p(X)$$

Reduciendo se tiene:

$$\boxed{\sum_{0}^{y-u} p(X) \le \frac{C4 - C1}{C3 + C4}}$$

De ii) se tiene:

$$C1\;(Y-1) + C3\sum_{0}^{y}(Y-X)\;p(X) + C4\sum_{y+u}^{\infty}(X-Y)\;p(X) \le$$
$$C1\;(Y+u-1) + C3\sum_{0}^{y+u}(Y+u-X)\;p(X) + C4\sum_{y+2u}^{\infty}(X-Y-u)\;p(X)$$

Reduciendo se tiene:

$$\boxed{\sum_{0}^{y-u} p(X) \ge \frac{C4 - C1}{C3 + C4}}$$

Si la **variable es continua** se tiene:

$$CTE(Y) = C1(Y-I) + C3\int_{0}^{y}(Y-X)f(x)\;dx + C4\int_{y}^{\infty}(X-Y)\,f(x)\;dx$$

$$dCTE(Y)\;\;/dY = C1 + C3\int_{0}^{y} f(x)\;dx + C4\int_{y}^{\infty} f(x)\;dx = 0$$

Reemplazando

$$\int_{y}^{\infty} f(x)\ dx \quad \text{por} \quad 1 - \int_{0}^{y} f(x)\ dx$$

Se tiene:

$$\boxed{\int_{0}^{y} f(x)\ dx = \frac{C4 - C1}{C3 + C4}}$$

Ejemplo 2.4

Un tipo de repuestos tiene consumo instantáneo y su costo es de 2 millones, el costo de almacenamiento es de 1 millón y el costo de déficit es de 4 millones. Determine la política optima y su costo variable asociado, si la demanda mensual es la siguiente:

Demanda	0	1	2	3	4	5
Probabilidad	0,10	0,20	0,25	0,20	0,15	0,10
Prob. Acumulada	0,10	0,30	0,55	0,75	0,90	1,00

Punto critico es: (4-2)/(4+1)=0,4 $\Rightarrow$ Y* = 2 [y-1 = 1 o Y = 2]

$$CVE(2) = \sum_{0}^{2} (2 - X)\ p(X) + 4\sum_{3}^{5} (X - 2)\ p(X) = 3{,}6\ [\text{mill/mes}]$$

Por lo tanto el nivel de inventario optimo es de 2 repuestos, $\Rightarrow$ para cada periodo de revisión dado, si el numero de repuestos es ≤ 2, no se ordena nada, si es 2 se ordena 2 – **I** repuestos y el costo variable esperado es de 3,6 millones de [$ al mes].

Ejemplo 2.5

Un articulo tiene una demanda mensual continua dada por:

$$f(x)=\begin{cases} 1/100 & \text{si } 0 \leq x \leq 1.000 \\ 0 & \text{si } x > 1.000 \end{cases}$$

Si el consumo es instantáneo, su costo unitario es de $50, el costo de almacenamiento es de 50[$/u/m] y el costo de déficit es de 450 [$/u/m]. Determine la política optima y costo.

Solución.

$$\int_0^y \frac{1}{1000}\,dx = (450-50)/(450+50) = 0,8 \Rightarrow Y^* = 800[u]$$

$$CVE(Y) = \frac{50}{1000}\int_0^{800}(800 - X)\,dx + \frac{450}{1000}\int_{800}^{1.000}(X - 800)\,dx = 25.000$$

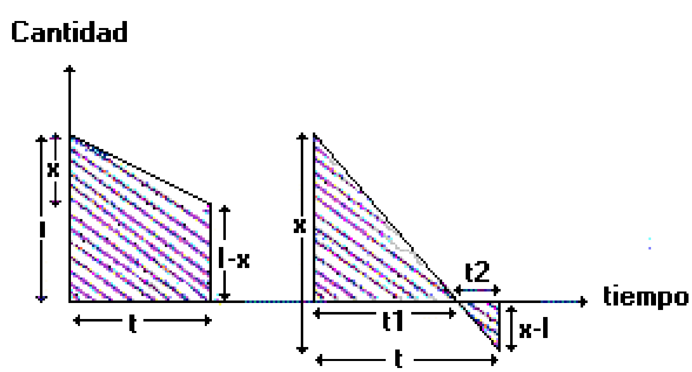
$\Rightarrow$ La política optima para el periodo de revisión dado, es no ordenar si se tienen 800 o más unidades y ordenar 800 – **I** si hay menos de 800 unidades es stock y el costo variable esperado es de $25.000 al mes.

2.3 MODELO DE COMPRA CON DEFICIT, CONSUMO UNIFORME

Supuestos:

La demanda es una variable aleatoria y se consume uniformemente.
Los costos no cambian en el periodo T.
Hay revisión periódica (t es conocido, fijo)
La tasa de reaprovisionamiento es instantánea.

FIGURA 2-3 Modelo de compra con déficit Y consumo uniforme



Antes de tomar la decisión se puede saber si el nivel del inventario es positivo o no. Sea **X** variable aleatoria de la demanda, **I** el nivel de inventario existente e **Y** el nivel optimo de inventario.

Si X < I el inventario final es >0, si X > I, el inventario final es < 0. Por lo tanto existe costo de almacenamiento si Y > X será C3 (Y-X), y existe costo de déficit si Y < X y será C4 (X-Y).

Si la **variable es discreta** y u es la amplitud de intervalo, se tiene:

$$CTE(Y) = C1(Y - I) + C3 \sum_{0}^{y} (Y - \frac{X}{2})\, p(X) + C3 \sum_{y+u}^{\infty} Y^2 \frac{p(X)}{2X} + C4 \sum_{y+u}^{\infty} \frac{(X - Y)^2}{2X}\, p(X)$$

Y es óptimo si CTE (Y) ≤ CTE (Y-u) i)

Y CTE (Y) ≤ CTE (Y+u) ii)

De i) se tiene:

$$C1(Y - I) + C3 \sum_{0}^{y} (Y - \frac{X}{2})\, p(X) + C3 \sum_{y+u}^{\infty} Y^2 \frac{p(X)}{2X} + C4 \sum_{y+u}^{\infty} \frac{(X - Y)^2}{2X}\, p(X) \leq$$

$$C1(Y - u - I) + C3 \sum_{0}^{y} (Y - u - \frac{X}{2})\, p(X) + C3 \sum_{y+u}^{\infty} (Y - u)^2 \frac{p(X)}{2X} + C4 \sum_{y+u}^{\infty} \frac{(X - Y + u)^2}{2X}\, p(X)$$

Reduciendo se tiene:

$$\boxed{\sum_{0}^{y-u} p(X) + (\frac{u}{2} + Y) \sum_{y}^{\infty} \frac{p(X)}{X} \leq \frac{C4 - C1}{C3 + C4}}$$

De ii) se tiene

$$C1(Y - I) + C3 \sum_{0}^{y} (Y - \frac{X}{2})\, p(X) + C3 \sum_{y+u}^{\infty} Y^2 \frac{p(X)}{2X} + C4 \sum_{y+u}^{\infty} \frac{(X - Y)^2}{2X}\, p(X) \leq$$

$$C1(Y + u - I) + C3 \sum_{0}^{y+u} (Y + u - \frac{X}{2})\, p(X) + C3 \sum_{y+2u}^{\infty} (Y - u)^2 \frac{p(X)}{2X} + C4 \sum_{y+2u}^{\infty} \frac{(X - Y - u)^2}{2X}\, p(X)$$

Reduciendo se tiene

$$\boxed{\sum_{0}^{y} p(X) + \left(\frac{u}{2} + Y\right) \sum_{y+u}^{\infty} \frac{p(X)}{X} \geq \frac{C4 - C1}{C3 + C4}}$$

Si la **variable es continua** se tiene:

$$CTE(Y) = C1(Y - I) + C3\int_0^y \left(Y - \frac{X}{2}\right) f(x)\, dx + C3\int_y^{\infty} \frac{Y^2}{2X} f(x)\, dx + C4\int_y^{\infty} \frac{(X - Y)^2}{2X} f(x)\, dx$$

Reemplazando:

$$\int_Y^{\infty} f(x)\, dx \qquad \text{por} \qquad 1 - \int_Y^{\infty} \frac{f(x)}{X}\, dx = \frac{C4 - C1}{C3 + C4}$$

$$dCTE(Y)/dY = C1 + C3\int_0^y f(x)\, dx + C3\int_y^{\infty} f(x)\, dx - \frac{C4}{X}\int_Y^{\infty} \frac{(X - Y)}{X} f(x)\, dx = 0$$

Se tiene:

$$\boxed{\int_0^y f(x)\, dx + Y\int_y^{\infty} \frac{f(x)}{X}\, dx = \frac{C4 - C1}{C3 + C4}}$$

Ejemplo 2.6

Resolviendo el ejemplo 2.4 y suponiendo que el consumo es uniforme. Se tienen los siguientes valores dados en la tabla.

		(a)	(b)		(c)	(d)	
x	p(x)	$\sum_{0}^{5} p(x)$	$y+\frac{u}{2}$	$\frac{p(x)}{x}$	$\sum_{y+1}^{5} \frac{p(x)}{x}$	(b)(c)	(a)+(d)
0	0,10	0,10	0,5	-	0,4490	0,2245	0,3245
1	0,20	0,30	1,5	0,2000	0,2490	0,3735	0,6735
2	0,25	0,55	2,5	0,1250	0,1240	0,3100	0,8600
3	0,20	0,75	3,5	0,0666	0,0573	0,2000	0,9500
4	0,15	0,90	4,5	0,0375	0,0198	0,0891	0,9891
5	0,10	1,00	5,5	0,0200	0,0000	0,0000	1.0000

Solución:

$$CVE(1) = \sum_{0}^{1}(1 - \frac{X}{2})p(X) + \sum_{2}^{5}\frac{p(X)}{2X} + 4\sum_{2}^{5}\frac{(X-1)^2}{2X}p(X) = 2{,}422916 \ \ [mill\$/m]$$

Como el punto critico es 0,4, se tiene que Y*=1$\Rightarrow$ no se ordena si existe un repuesto en stock en el periodo de revisión, y se ordena 1 repuesto si no se tiene stock. El costo variable esperado es $2,422916 millones al mes.

Ejemplo 2.7

Suponiendo el ejemplo 2.5 con consumo uniforme.

Solución.

$$\int_0^y \frac{dx}{1000} + y\int_y^{1000}\frac{dx}{1000\ X} = 0{,}8$$

$$Y - Y \ln Y + 6{,}9\ Y = 800 \Rightarrow 8\ Y - Y\ \ln Y - 800 = 0$$

Se determina Y por tanteo

Y=600	162=0	
Y=500	93=0	
Y=400	3,5=0	$\Leftarrow$ Y*
Y=380	-17=0	

$$CVE(400) = \frac{50}{1000}\int_0^{400}(400 - \frac{X}{2})\,dx + \frac{50}{1000}\int_{400}^{1000}\frac{400^2}{2X}\,dx + \frac{450}{1000}\int_{400}^{1000}\frac{(X-400)^2}{2X}\,dx = 20392,26\ \$/m$$

Por lo tanto Y*=400 unidades y el costo variable esperado es de $20.392,26 al mes.

NOTA: Si en algún problema se tiene precio de costo actual (C1), precio de costo futuro (C4), costo de almacenamiento (C3) y no se tiene costo de déficit, pues este se asocia con el nuevo precio de compra. Se utiliza el modelo 2.2 o 2.3 dependiendo del tipo de consumo. Se debe cumplir que precio de costo futuro es mayor que el precio actual.

Si en algún problema no se tiene precio de costo (C1), se trabaja sólo con C3 y C4.

2.4 MODELO DE COMPRA CON DÉFICIT, CON DEVOLUCION

Supuestos:

La demanda es una variable aleatoria y se consume **instantáneamente.**
Se conoce el precio de compra (pc), precio de venta (pv) y precio de devolución (pd), los que no cambian en el periodo T, donde pd ≤ pc ≤ pv.
Hay revisión periódica (t es conocido, fijo).
La tasa de reaprovisionamiento es instantánea.
Antes de tomar la decisión se sabe el nivel de inventario.

Sea **X** variable aleatoria de la demanda, **I** el nivel de inventario existente e **Y** el nivel optimo de inventario.
Sea UE la utilidad esperada.

Si X > I, UE(Y)= Y pv – pc Y
Si X < I, UE(Y)= X pv + (Y – X) pd - pc Y

$$UE(Y) = \sum_{y+u}^{\infty} (pv - pc)\ Y\ p(x) + \sum_{0}^{y} \left[X\ pv + pd\ (Y - X) - pc\ Y\right] p(x)$$

Si la variable es discreta se tiene:

Y es optimo si UE(Y) ≥ UE(Y-u) i)
y UE(Y) ≥ UE(Y+u) ii)

$$= Y\ pv \sum_{y+u}^{y} p(x) + pv \sum_{0}^{y} x\ p(x) + pd \sum_{0}^{y} (Y - X)\ p(x) - pc\ Y$$

De i) se tiene:

$$Y\ pv \sum_{y+u}^{\infty} p(x) + pv \sum_{0}^{y} x\ p(x) + pd \sum_{0}^{y} (Y - X)\ p(x) - pc\ Y \geq$$

$$(Y - u)\ pv \sum_{y}^{\infty} p(x) + pv \sum_{0}^{y-u} x\ p(x) + pd \sum_{0}^{y-u} (Y - u - I)\ p(x) - pc\ (Y - u)$$

Reducciendo se tiene:

$$\boxed{\sum_{0}^{y} p(X) \geq \frac{pv - pc}{pv - pd}}$$

De ii) se tiene:

$$Y\ pv \sum_{y+u}^{\infty} p(x) + pv \sum_{0}^{y} x\ p(x) + pd \sum_{0}^{y} (Y - I)\ p(x) - pc\ Y \geq$$

$$(Y + u)\ pv \sum_{y+2u}^{\infty} p(x) + pv \sum_{0}^{y+u} x\ p(x) + pd \sum_{0}^{y+u} Y + u - I)\ p(x) - pc\ (Y + u)$$

Reduciendo se tiene :

$$\boxed{\sum_{0}^{y} p(x) \geq \frac{pv - pc}{pv - pd}}$$

$$UE\ (Y) = (pv - pc) \int_{y}^{\infty} Y\ f(x)\ dx + \int_{0}^{y} \left[I\ pv + pd(Y - I) - pc\ Y\right] f(x)\ dx$$

Si la **variable es continua** se tiene:

Reduciendo

$$= (pv - pd) \int_{0}^{y} x\ f(x)\ dx - Y\ [pv - pd] \int_{0}^{y} f(x)\ dx + Y(pv - pc)$$

$$d\ UE\ (Y)\ /dY = -(pv - pd) \int_{0}^{y} f(x)\ dx + pv - pc = 0$$

Se tiene:

$$\boxed{\int_{0}^{y} f(x)\ dx = \frac{pv - pc}{pv - pd}}$$

Ejemplo 2.8

En una panadería el costo del pan fresco es de $12 la unidad y se vende en $20, el pan no vendido en el día regresa a la fabrica y se utiliza como insumo para alimentos de cerdos, vendiéndose a $10 el pan.

Determine cuanto pan producir diariamente, si la demanda tiene una distribución uniforme entre 100 y 200 panes por día. Indique la utilidad esperada. Si se tiene que distribución uniforme es $1/_{(b-a)}$ $a \leq x \leq b$ y suponemos que el pan se consume de manera instantánea.

Solución

$$\int_0^y \frac{1}{100}\,dx = \frac{20-12}{20-10} = 0{,}8 \Rightarrow Y - 100 = 80 \Rightarrow Y^* = 180$$

$$UE(180) = \left(\frac{20-10}{100}\right)\int_{100}^{180} x\,dx - \frac{180\,[20-10]}{100}\int_{100}^{180} dx + 180\,(20-12)$$

$$= 0{,}01\left[\frac{180^2 - 100^2}{2}\right] - 18\,[180 - 100] + 1.440 = 1120\,[\$/\text{día}]$$

Por lo tanto se deben producir 180 unidades de pan diariamente y la utilidad esperada es $1120 al día.

Ejemplo 2.9

Suponga que en el ejemplo anterior la demanda tiene la siguiente distribución diaria:

X	p(x)	P(x)	X p(x)	Y-X	(Y - X) X
80	0,05	0,05	4	100	5
100	0,08	0,13	8	80	6,4
120	0,15	0,28	18	60	9
140	0,30	0,58	42	40	12
160	0,15	0,73	24	20	3
180	0,10	0,83			
200	0,12				
220	0,05				
			96		35,4

$$UE(180) = Y\ pv \sum_{y+u}^{y} p(x) + pv \sum_{0}^{y} x\ p(x) + pd \sum_{0}^{y} (Y - X)\ p(x) - pc\ Y$$

$$\sum_{0}^{y} p(x) \geq \frac{20 - 12}{20 - 10} = 0,8 \Rightarrow Y^* = 180$$

Por lo tanto se deben producir 180 unidades de pan diariamente y la utilidad esperada es \$1.096 al día.

$$= 180 * 20 * 0{,}27 + 20 * 96 + 10 * 35{,}4 - 12 * 180 = 1.096\left[\$/d\right]$$

2.5 MODELO DE COMPRA CON DÉFICIT, CON COSTO FIJO

Supuestos:

Corresponden a los asociados con los modelos 2.2 y 2.3, pero donde se tienen un costo fijo, sea este el valor K, de modo que:

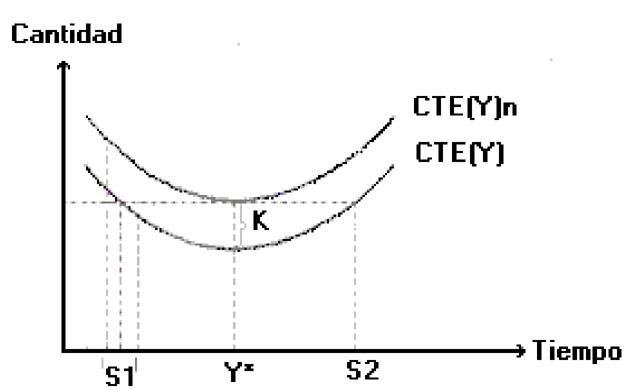
$$CTE(Y)n = K + CTE(Y)$$

Como **K** es una constante, CTE (Y)n y CTE(Y) deben tener el mismo mínimo.

Se define **s** como el punto que satisface la ecuación:

$$C(s) = CTE(Y)n = K + CTE(Y)$$

FIGURA 2.4: Modelo de compra con déficit y con costo fijo



Se determina s y la decisión es:

Si $I < s$ se ordena Y-I unidades, pues el costo de no ordenar es mayor que el costo de ordenar una unidad adicional, siempre que no sobrepase Y*.
Si $I \geq s$ no se ordena, pues el costo de no ordenar es menor que el costo de ordenar.

Alternativamente: Si CTE(I) > CTE(Y*) + K se pide lo que falte para completar Y*.
Si CTE(I) ≤ CTE(Y*) + K no se pide.

Ejemplo 2.10

Suponiendo que en el ejemplo 2.5 se tiene un costo fijo de $2.500 por hacer el pedido, ¿cuál es la nueva política optima?

<u>Solución</u>

Recordando que Y*=800 sin considerar el costo fijo y que CVE(800) =25.000.

$$CTE(Y) = 50\,(Y - I) + 50/1000\int_0^y (Y - X)\,dx + 450/1000\int_y^{1000} (X - Y)\,dx$$

$$= 0{,}25\,Y^2 - 450\,Y + 225.000 - 50\,I$$

reemplazando Y por s en C(s) = K + CTE(Y) se tiene

$$0{,}25\,s^2 - 450\,s + 225.000 - 50\,I = 2500 + 160.000 - 360.000 + 225.000 - 50\,I$$

$$s^2 - 1800\,s + 197500 = 0$$

s=759, por lo tanto se piden lo que falte para completar 800 unidades cuando **I** <759, en otro caso no se pide nada.

Ejemplo 2.11

En el ejemplo 2.4 si K=$500.000, ¿cuál es la decisión optima?

<u>Solución.</u>

Recordemos que Y* =2, y que CTE(2)=3,6 mill, por lo tanto:

Si I = 0	CTE(0) = 9,6 mill > 0,5 + 3.6 mill = 4,1 mill
Si I = 1	CTE(1) = 6,1 mill > 0,5 + 3.6 mill = 4,1 mill
Si I = 2	CTE(2) = 3,6 mill < 0,5 + 3.6 mill = 4,1 mill

Por lo tanto se pide lo que falte para completar 2 unidades cuando se tenga 1 o 0 unidades en stock.

2.6 MODELO DE COMPRA CON DÉFICIT Y PUNTO DE REORDEN

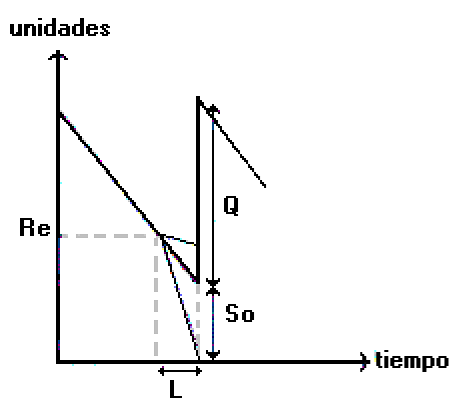
Supuestos:

La demanda es probabilistica y el consumo es uniforme.

Cuando existe un tiempo de entrega, sea este L, el pedido debe hacerse cuando la cantidad almacenada ha descendido al punto Re(reorden), se considera un stock de seguridad.

Si el consumo es a una tasa m=Re/L.

FIGURA 2.5:
Modelo de compra con déficit y punto de reorden



Si la tasa de consumo $m > \mathrm{Re}/L$, hay un faltante L m-Re = L(m - Re/L),

a un costo de C4 (m - Re/L) y el costo esperado esta dado por:

$$C4 * L* = \int_{\mathrm{Re}/L}^{\infty} (m - \mathrm{Re}/L)\, f(u)\, du$$

Si del producto se hacen Q unidades a la vez, a la larga habrá, m/Q ciclos de inventario en cada periodo, por lo tanto, el costo esperado por falta de existencia por periodo es:

$$m\,/Q * C4 * L * \int_{\mathrm{Re}/L}^{\infty} (m - \mathrm{Re}/L)\, f(u)\, du$$

El costo esperado de inventario de seguridad, independiente del lote económico, es:

$$C3(\mathrm{Re} - L\,m)$$

El costo esperado de inventario de seguridad es:

$$\boxed{CTE(So) = C3\ (\mathrm{Re} - L\,m) + m/Q * C4 * L * \int_{\mathrm{Re}/L}^{\infty} (m - \mathrm{Re}/L)\, f(u)\, du}$$

$$\frac{d\ CTE(So)}{d\ \mathrm{Re}} = \frac{C3}{Q} + m\ \ C4\ \ L\ (-1/L)\ F(u)\ \Big|_{\mathrm{Re}/L}^{0} = 0$$

$$C3 - \frac{m\ \ C4}{Q}\left[1 - \frac{F(\mathrm{Re}^*)}{L}\right] = 0$$

$$\boxed{\frac{F(\mathrm{Re}^*)}{L} = 1 - \frac{C3\quad Q\ *}{C4\quad m}}$$

Donde $Q^* = \sqrt{2\ C2\mu\ /C3}$ y CTE Total = CTE(So) + $\sqrt{2\ C2\,\mu\ \ C3}$

NOTA: Para variable discreta se cambia la integral por la sumatoria.

$$\boxed{CTE(So) = C3So + \sum_{Re/L}^{\infty} (u - Re/L)\, p(u)}$$

- <u>En distribución normal:</u> $Re^*/_L = m + Z\alpha * \sigma$ donde $\alpha = 1 - \dfrac{C3\ Q}{C3\ m}$

La integral del costo en una distribución normal es:

$$\int_{Re/L}^{\infty} (m - Re/L)\ f(u)\ du = s\ L\ (Z^*)$$

, donde L(Z*) es la función de perdida normal unitaria (en tabla)

Por lo tanto:

$$\boxed{CTE(So) = C3\ So + m/Q * C4\ L\ \text{ó}\ L\ (Z^*)}$$

$$f(u) = \frac{1}{b - a} \qquad F(Re/L) = \frac{Re/L - a}{b - a} = 1 - \frac{C3\ Q^*}{C4\ m}$$

$$y \qquad \frac{Re^*}{L} = a + (b - a)\,a, \qquad \text{con } a = 1 - \frac{C3\,Q}{C4\ m}$$

- <u>En distribución rectangular:</u>

La integral de costos en una distribución rectangular es:

$$\int_{Re/L}^{b} (u - Re/L)\ f(u)\ du = \int_{Re/L}^{b} \frac{(u - Re/L)}{b - a}\ du = \frac{(u - Re/L)}{2(b - a)\ Re/L}$$

Por lo tanto:

$$\boxed{CTE(So) = C3\ So + m/Q * \frac{C4\ L\ (b - Re/L)^2}{2(b - a)}}$$

Ejemplo 2.12

La demanda anual de un bien se distribuye normalmente con media 5.000 unidades y desviación de 100. El costo de reabastecimiento es de $1.000, el costo de almacenamiento es de $10[u/año], el costo déficit es de $20 [u/año], el tiempo de abastecimiento es de dos meses. Encuentre punto de reorden, cantidad a pedir, inventario de seguridad y costo optimo.

<u>Solución</u>

$$Q^* = \sqrt{2 * 1.000 * 5.000 / 10} = 1.000 \qquad L = 1/6 \text{ año}$$

$$F(6Re) = 1 - \frac{10}{20}\,\frac{1.000}{5.000} = 0{,}9 \qquad Z_{0,9} = 1{,}282$$

$$6\ Re = m + 1{,}282\ s = 5.000 + 1{,}282 * 100 = 5128{,}2$$

$$Re = 5.128{,}2/6 = 855 \text{ unidades} \qquad So = Re - L\,m = 21\ [\text{unid.}]$$

$$CTE(So) = C3\ So + {}^{m}\!/_{Q} * C4\ L\ s\ L(Z^*), \qquad \text{dado que } L(1{,}282) = 0{,}0473$$

$$CTE\ (So) = 10 * 21 + \frac{5.000 * 20}{1.000 \quad 6} * 100 * 0{,}0473 = 289$$

$$CTE\ \text{Total} = \sqrt{2 * 1.000 * 5.000 * 10} + 289 = 10.289$$

$\Rightarrow$ se piden 1.000 unidades cuando en stock haya 588 unidades, de las cuales 21 son inventario de seguridad, el costo esperado es de 10.289 [$/año]

Ejemplo 2.13

Suponga ahora que en el ejemplo 2.12 la distribución es rectangular con media 5.000 y desviación de 100.

<u>Solución</u>

En distribución rectangular la media = (a + b)/2 y desviación = (b - a) / $\sqrt{12}$

a =4.827 y b = 5.173.

Recordemos que F(6 Re) = 0,9 y Q*=1.000

6 Re = 4.829+ 0,9 (5.173 –4.827)=5.138,4

=Re = 856 unidades So =856 –5.000 / 6 = 23 unidades

$$CTE(So) = C3 \; So + m/Q * C4 \; L \frac{(b - Re/L)^2}{2(b - a)}$$

$$CTE \; (So) = 10 * 23 + 5.000/1000 \; \frac{20 \; (5.173 - 5.138,4)}{6 * 2 \; (5.173 - 4.827)} = 231$$

$$\text{CTE Total} = \sqrt{2 * 1.000 * 5.000 * 10} + 231 = 10.231$$

Ejemplo 2.14

En una empresa los reabastecimientos cuestan $2.500 cada uno, hay un cargo de almacenamiento de $20 [u/año], el costo del faltante es de $40 [u/año], el tiempo de abastecimiento es de 1,5 meses (1/8 año). Determine la política optima si la distribución de la demanda anual es la siguiente:

Demanda mínima	1.000	2.000	3.000	4.000	5.000	6.000
Demanda máxima	1.999	2.9999	3.999	4.999	5.999	6.999
X	1.500	2.500	3.500	4.500	5.500	6.500
p(x)	0,02	0,08	0,10	0,20	0,35	0,25
P(X)	0,02	0,10	0,20	0,40	0,75	1,00

Solución

$$D = \sum X \ p(X) = 5.030 \qquad Q^* = \sqrt{\frac{2 * 2.500 * 5.030}{20}} = 1.121 \ \text{unid.}$$

$$F(8 \ \ Re) = 1 - \frac{20 * 1.121}{40 * 5030} = 0{,}8886$$

Entre 6.000 y 6.999 hay 999 unidades con probabilidad 0,25 cuantas unidades hay entre probabilidad 0,8886 y 0,75?

Por regla de tres se tiene : (0,8886 – 0,75)999/0,25 = 554 [u].

Por lo tanto Re/L= 6.554 $\Rightarrow$ Re* = 819 [unidades] y So = 190[u].

$$CTE(So) = \sum_{Re/L}^{\infty} X \ p(X) - Re/L \sum_{Re/L}^{\infty} p(X) + C3 \ So$$

El primer término se obtiene de la siguiente forma: entre 6.554 y 6.999 corresponde una probabilidad de 1 – 0,8886 = 0,1114 si se toma el promedio de 6554 y 6999 da 6776,5.

$$CTE(So) = \frac{5030 * 40 * 24{,}79}{1.121 * 8} + 20 * 190 = 4361$$

$$CTE \ Total = \sqrt{2 * 2.500 * 5.030 * 20} + 4.361 = 22.428 + 4.361 = 26.789 \ [\$/a]$$

2.7 PROBLEMAS PROPUESTOS.

2.7.1.La demanda de un tipo de velero por el periodo de vacaciones tiene una distribución de Poisson con media de 10 veleros. La demanda ocurre instantáneamente al principio del periodo y el costo unitario de mantenimiento y de déficit es de $1.000 y $90.000 respectivamente. El costo del velero es de $60.000. ¿Cuál debería ser la producción optima de veleros dado que se tienen 2 unidades en existencia? ***[Pedir lo que falte para completar 8 veleros, es decir, se deben pedir 6]***

2.7.2 Suponga que el consumo mensual de gas tiene la distribución:

$$f(x) = 1/30 \qquad 0 \leq x \leq 30$$

El costo unitario de mantenimiento es de $10 [kg/mes] y el costo penal es de $30 [kg/mes] el costo de adquisición es de $20 [kg]. Resuelva el problema para el caso de consumo instantáneo y uniforme ***[Pedir lo que falte para completar 15 kgr, y 3,5 kgr]***

2.7.3. El costo unitario de una bicicleta con motor es de $10.000. El costo de mantenimiento es de $1.000. Si la cantidad optima de producción es 4 unidades, no se tienen unidades en inventario; encuentre el valor del costo penal dada la siguiente distribución de probabilidad y considerando la entrega inmediata. ***[17.363 £C4 < 31.000]***

X	0	1	2	3	4	5	6	7	8
p(X)	0,05	0,10	0,10	0,20	0,25	0,15	0,05	0,05	0,05

2.7.4 Un kiosco compra revistas a $200 y las vende a $250. El costo de déficit es de $310. El costo de almacenamiento es de 10 [$/u/ sem]. La demanda tiene una distribución uniforme entre 200 y 300 revistas por semana con consumo instantáneo. Encuentre la política optima. ***[max: comprar 200 revistas/semana; min: comprar 236 revistas/semana]***

2.7.5 La demanda anual de técnicos, tiene una distribución exponencial dada por:

$$f(x) = 1/50 \quad e^{-x/150} \qquad x \geq 0$$

Los técnicos se obsoletizan en 1 año y por lo tanto se les debe capacitar al principio de año. La capacitación unitaria cuesta $20.000 pero aumenta a $60.000 si se les capacita fuera de tiempo. El sueldo de un técnico es de $120.000 contabilizado al final del periodo, determine el numero de técnicos que se deben capacitar por periodo***. [166 técnicos]***

2.7.6 Encuentre la política optima de un producto para un periodo, con consumo instantáneo, que tiene la siguiente distribución:

$$f(x) = 1/5 \qquad 0 \leq x \leq 5$$

El costo unitario de mantenimiento es de $100, el costo unitario de déficit es de $500, el costo unitario de adquisición es de $300 y el costo fijo es de $500. La entrega del producto es instantánea y se tienen 10 unidades en inventario inicial. ***[se pide si I < 6,25 unidades]***

2.7.7 Resuelva el ejercicio anterior si la distribución de demanda es:

$$f(x) = e^{-x} \qquad x \geq 0 \qquad \text{y no se tiene de inventario inicial}$$

[se pide si I < 6,25 unidades]

2.7.8 En una panadería el costo de un pan es de $12 y se vende a $20 siempre y cuando el pan sea del día, el pan no vendido regresa a la fabrica y se utiliza como insumo para alimento de cerdos a $ 10 el pan. La diferencia entre pan fresco y añejo representa el costo de almacenamiento. La demanda que no se puede satisfacer ese día le cuesta a la panadería $25. La demanda tiene distribución uniforme entre 100 y 200 panes al día.

a). ¿Cuanto pan debe producir diariamente para minimizar los costos? ***[148 panes]***

b). ¿Cuánto pan debe producir para maximizar su utilidad? ***[180 panes]***

2.7.9 Un vendedor de periódicos compra la unidad en $10 y la vende en $13. La demanda por día tiene la siguiente distribución:

X (unidades 100)	0	1	2	3	4	5
p(X)	0,10	0,20	0,25	0,20	0,15	0,10

a) Si los diarios no vendidos se pierden totalmente, determine el lote optimo a pedir. ***[100 diarios]***

b) Si es posible recuperar por cada diario no vendido $1, determine el lote optimo a pedir. ***[100 diarios]***

2.7.10 Una imprenta debe decidir cuantos calendarios debe ordenar para el próximo año. Es posible reordenar y las unidades que sobran no tienen valor. La siguiente tabla es la demanda estimada por la imprenta:

X (miles)	10	20	30	40
p(X)	0,1	0,2	0,4	0,3

Si el precio de venta es de $1.000 /mil y el costo de $700 /mil.

a) Suponga consumo instantáneo. ***[20 mil unidades]***

b) Suponga consumo uniforme. ***[10 mil unidades]***

2.7.11 El consumo anual de un producto se distribuye normalmente con media 900 unidades y una desviación de 130 unidades. Si el costo de almacenamiento es de $25 [u/año], el costo de déficit es de $12 [u/año], el tiempo de abastecimiento es de 4 meses y el costo por ordenar es de $200. Determine la política optima y su costo asociado. ***[Pedir 380 unidades cuando hayan 398 en stock y el CVEtotal= 5455 $/año]***

2.7.12 Resuelva el problema anterior pero donde la distribución no es normal sino que es la siguiente:

X	4.600	4.800	5.000	5.200	5.400	5.600	5.800	6.000
p(X)	0,05	0,10	0,15	0,20	0,20	0,15	0,10	0,05

.***[Pedir 206 unidades cuando hayan 1913 en stock y el CVEtotal= 10949 $/año]***

2.7.13 El consumo semanal de un producto se consume de modo uniforme con la siguiente distribución:

X	0	1	2	3	4	5	6	7	8
p(X)	0,05	0,10	0,10	0,20	0,25	0,15	0,05	0,05	0,05

Si el costo de almacenamiento es de $12 u/semana y el costo por ordenar es de $200.

a) Determine la política optima sin considerar stock seguridad. . ***[Pedir 11 unidades]***

b) Determine la política optima considerandos stock seguridad. . ***[Pedir falte para completar 24 unidades]***

c) Determine el costo asociado con a) y b) . ***[CVEa= 145,3 y CVEb = 210 $/semana]***

2.7.14 El gerente de comercialización de una fabrica de pintura esta tratando de decidir cual es el mejor numero de avisos para sus distribuidores que el debería ordenar. El departamento de ventas le ha dado las siguientes estimaciones, basadas en datos históricos de las aperturas de nuevos distribuidores (a cada nuevo distribuidor se le da un aviso no se consideran los reemplazos)

NECESIDADES/mes	PROBABILIDADES
75-100	0,01
101-125	0,05
126-150	0,16
151-175	0,25
176-200	0,30
201-225	0,15
226-250	0,05
251-275	0,02
276-300	0,01

El departamento de compras ha recibido una seria de productos de varios proveedores, la mejor de ellas dice que habrá un costo de $100 por cada orden y que cada unidad de producción costara $25. El gerente de comercialización acaba de leer un memorándum del contralor informándole que el cargo a su sección por el exceso del capital de trabajo ha sido aumentado al 10% mensual. Para minimizar sus costos totales, ¿ Cuantos avisos debería ordenar el gerente de comercialización? . ***[Poner 119 avisos y el CVE= 3125 $/mes]***

2.7.15 En una empresa el costo por tener inventario es de \$5/u/mes y el costo de déficit es de \$8/u/mes. Si la demanda mensual esta dado por:

$$f(X) = 0{,}09\, e^{-0{,}09X} \qquad X \geq 0$$

Determine el nivel optimo de inventario y su costo asociado, suponga que el consumo es instantáneo. ***[se pide lo que falte para completar 11 unidades y CVE = 40,5 $/mes]***

2.7.16 En una empresa se tienen periodos de reaprovisionamiento mensual, la demanda para dos productos es aleatorio y se rige por:

$$f(X1) = X1\, e^{-X1} \qquad X1 \geq 0 \qquad f(X2) = 1/5 \qquad 1 \leq X2 \leq 6$$

Si el costo por tener inventario es de \$1[u/mes] y el costo de déficit es de \$4[u/mes]. Determine el nivel optimo de inventario para cada producto, suponga consumo instantáneo. ***[se pide lo que falte para completar 1 para bien X1 y 3.5 para bien X2]***

2.7.17 En una empresa un producto se adquiere mensualmente. Estudios de la demanda correspondiente a periodos de dos meses dieron lo siguiente:

X	0	10	20	30	40
p(X)	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2

Si el costo de almacenamiento es de \$2[u/m], el costo de déficit es de \$8/u/m. Determine el nivel optimo de inventario, suponga consumo instantáneo y consumo uniforme.

[se pide lo que falte para completar 30 unidades consumo instantáneo y 20 unidades consumo uniforme]

2.7.18 La demanda semanal de cierto producto se rige por p(X)=0,25 para x=10, 20, 30,40 Kg. El costo por tener inventario es de \$1 [Kg/sem] y el costo por ordenar es de \$50.

a) Determine Q, t y Re de modo de minimizar costos, si no se permite déficit y L=2 semanas. ***[Q=50, t= 2 sem, Re=50]***
b) Determine el costo variable y el inventario máximo. ***[CV=50 $/sem, Im=50]***
c) ¿Cuál es la solución si utiliza stock de seguridad y cuanto es el costo variable? ***[pide lo que falte para completar 80, CV=50 $/sem, Im=80]***

2.7.19 Una firma comercial tiene un contrato para abastecer de un material a 10 empresas, las que durante el periodo de un mes pueden solicitar o no el material con igual probabilidad de ocurrencia. En caso que se solicite el material, debe entregarse un lote de 10 [ton] a cada empresa. Cada vez que este material es solicitado y no se tiene stock se incurre en un costo de $3.000 [ton/m]. Suponiendo que la demanda en un mes es independiente del mes anterior y que el consumo es uniforme.

a) Determine el nivel optimo de inventario. ***[completar4 unidades de 10 ton]***

b) Suponga que la situación en inventario ha sido la siguiente:

Mes	1	2	3	4	5	6	7	8
Nº solicitudes	3	8	1	2	7	10	4	2

Determine el tamaño de los pedidos correspondientes. ***[pide 4; 3; 4; 1 ;2 ;4; 4; 4]***

2.7.20 La demanda de autos de una distribuidora es Poisson con media 3 [autos/sem]. El costo por ordenar es $2.000, el costo almacenamiento es $400 [a/sem] y el costo de déficit es de $2.000 [a/sem], el consumo es uniforme.

a) Determine el nivel optimo de inventario y su costo variable si se pide todas las semanas. ***[se [pide lo que falte para completar 3 unidades y CVE = 934,5 $/semana]***

a) Encuentre el costo esperado si se pide todas las semanas para completar 5 autos.

[CVE = 1437,2 $/semana]

2.7.21 La demanda mensual de cierto bien esta dado por la función:

$$f(X)=1/25 \qquad 0 \leq X \leq 25$$

El costo por tener una unidad en inventario es de $12 al mes y el costo de déficit es de $18 [u/mes], el consumo es uniforme. Encuentre la política optima y el costo esperado mínimo.

[se pide lo que falte para completar 4 unidades y CVE = 104,3 $/mes]

2.7.22 La demanda de un producto se distribuye normalmente con media 10.000 y desviación de 300. El costo de déficit es de $12 [u/a], el costo de almacenamiento es de $0.8 [u/a], el costo por ordenar es de $40, el tiempo de entrega es de un mes. Determine la política óptima y su costo asociado.

a) la distribución es normal ***[se pide 316 cuando hay 885 y CVE = 3014 $/año]***

b) la distribución es uniforme ***[se pide 316 cuando hay 875 y CVE = 2872,6 $/año]***

2.7.23 Un minorista estima que la demanda media de un ítem será de 1.800 unidades al año. El tiempo de abastecimiento es de 20 días y durante dicho periodo la demanda es de 100 unidades y la desviación es de 30. El costo de escasez es de $ 5 [u/a], el costo de colocar una orden es de $100, el de mantener un ítem durante un año es $50. Determine Q y Re y So. ***[se pide 281 unidades y lo que falte para completar 60 unidades de stock seguridad para 20 días de entrega]***

2.7.24 Usando la fórmula para el lote económico ha determinado que el número optimo de rodamientos H – 203 es de 5.000 por orden y que el número optimo de ordenes es 4 al año. Investigaciones adicionales demostraron que el tiempo normal de demora es de 4 días (es decir, el tiempo que transcurre entre el momento de ordenar y el instante que el inventario es cero), y la probabilidad de consumo durante este periodo es la siguiente: (suponga consumo uniforme)

Consumo Durante Periodo De Ordenamiento	Probabilidad
125	0,05
250	0,10
375	0,15
500	0,30
625	0,20
750	0,15
875	0,05

Si el costo por no tener stock es de $20 por ítem y el costo anual por tener una unidad en stock de seguridad es de $5, ¿ de qué tamaño debería ser el inventario de seguridad de la compañía XYZ? ***[se pide los 5000 y lo que falte para completar 375 de stock de seguridad]***

2.7.25 El análisis de un producto en un local de ventas, establece que durante el último año la demanda ha fluctuado entre 10 y 79 unidades diarias. La distribución de la demanda es la siguiente:

Demanda diaria	10- 19	20- 29	30- 39	40- 49	50- 59	60- 69	70- 79
probabilidad	0,05	0,15	0,25	0,20	0,15	0,10	0,10

El precio de costo unitario es de $25. ¿Cuál es el tamaño del lote de compra?, si el producto que se compre en un día se puede vender al día siguiente en $35 la unidad, pero al día subsiguiente sólo se puede vender a $10, pero se pueden vender todas las unidades. ***[se compran lotes de 35 unidades]***

2.7.26 Una empresa está por ordenar un nuevo generador para su planta, una de las partes esenciales del generador es muy complicada y cara y es práctico ordenarla junto con el generador. Se desea saber cuántas unidades ordenar junto con el generador, el costo cuando se ordena con el generador es de US$500, si el repuesto se ordena cuando se produce la falla cuesta US$10.000 (se detiene proceso productivo), el costo de almacenamiento es el 2% mensual. (Consumo instantáneo). Un estudio de plantas similares entrega la siguiente entrega la siguiente información:

Repuestos requeridos	0	1	2	3	4	5 o más
Probabilidad falla mes	0,90	0,05	0,02	0,01	0,01	0,01

[se pide con 2 unidades de repuesto]

2.7.27 Un ítem es ordenado cada semana. La demanda para el ítem durante la es uniforme con la siguiente probabilidad:

P(0) = 0,04 P(5) = 0,20 P(10) = 0,37 P(15) = 0,30 P(20) =0,09

El costo por tener inventario es $2 [u/sem], el costo por no tener inventario es de $24 [u/sem]. ¿cuál es el nivel óptimo al inicio semana? ***[cada semana se pide lo que falte para completar 15 unidades]***

2.7.28 La distribución de probabilidad de la demanda mensual de un producto es:

Ventas (miles)	0	1	2	3	4	5
probabilidad	0,05	0,15	0,30	0,35	0,10	0,05

Cada unidad se vende $100, si el producto no se vende se pierde. El costo de adquisición es de $10.

a) Suponiendo no se puede reordenar. ¿Cuántas unidades deben comprarse? ***[4000]***
b) Si cuesta $65 cada unidad no satisfecha, y el costo de almacenamiento es de un 10%¿Cuántas unidades deben comprarse? ***[se pide falte para completar 3000]***

2.7.29 La estimación de ventas para el próximo periodo es normal con media 50 unidades y desviación de 10 unidades. Calcule el tamaño de ordenamiento optimo para un riesgo de:

d) 60% ***[se pide falte para completar 110 unidades]***

e) 40% ***[se pide falte para completar 115 unidades]***

f) 5 % ***[se pide falte para completar 129 unidades]***

2.7.30 Un fabricante tiene un articulo cuya demanda es normal con media 100 t y desviación de 15 t, donde t es la longitud del tiempo de demanda. Cada unidad cuesta $30, el tiempo de rebordeen es de 2 semanas, el costo de mantener inventario es de $25, cada retraso cuesta $150. Suponga que la longitud del periodo de revisión es fija y es 6 semanas.

a) ¿Cuál es el valor optimo del nivel hasta el cual se desea ordenar? ***[se pide falte para completar 215 unidades]***

b) Suponga que se desea determinar la longitud optima de tiempo de revisión. ¿Cómo lo obtiene? ***[si no tiene costo, la revisión debe ser semanal, menor posible]***

c)¿Cómo varia el problema si el costo de la revisión es de $300? ***[revisión debe hacerse cada 8 semanas]***

APENDICE I

Función de pérdida normal unitaria

D	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
.0	0.3989	0.3940	0.3890	0.3841	0.3793	0.3744	0.3697	0.3649	0.3602	0.3556
.1	0.3509	0.3464	0.3418	0.3373	0.3328	0.3284	0.3240	0.3197	0.3154	0.3111
.2	0.3069	0.3027	0.2986	0.2944	0.2904	0.2863	0.2824	0.2847	0. 4527	0.2706
.3	0.2668	0.2630	0.2592	0.2555	0.2518	0.2481	0.2445	0.2409	0.2374	0.2339
.4	0.2304	0.2270	0.2236	0.2203	0.2169	0.2137	0.2104	0.2072	0.2040	0.2009
.5	0.1978	0.1947	0.1917	0.1887	0.1857	0.1828	0.1799	0.1771	0.1742	0.1714
.6	0.1687	0.1659	0.1633	0.1606	0.1580	0.1554	0.1528	0.1503	0.1478	0.1453
.7	0.1429	0.1405	0.1381	0.1358	0.1334	0.1312	0.1289	0.1267	0.1245	0.1223
.8	0.1202	0.1181	0.1160	0.1140	0.1120	0.1100	0.1080	0.1061	0.1042	0.1023
.9	0.1004	0.09860	0.09680	0.09503	0.09328	0.09156	0.08986	0.08819	0.08654	0.08491
1.0	0.08332	0.08174	0.08019	0.07866	0.07716	0.07568	0.07422	0.07279	0.07138	0.06999
1.1	0.06862	0.06727	0.06595	0.06465	0.06336	0.06210	0.06086	0.05964	0.05844	0.05726
1.2	0.05610	0.05496	0.05384	0.05274	0.05165	0.05059	0.04954	0.04851	0.04750	0.04650
1.3	0.04553	0.04457	0.04363	0.04270	0.04179	0.04090	0.040020	0.03916	0.03831	0.03748
1.4	0.03667	0.03587	0.03508	0.03431	0.03356	0.03281	0.03208	0.03137	0.03067	0.02998
1.5	0.02931	0.02865	0.02800	0.02736	0.02764	0.02612	0.02552	0.02494	0.02436	0.02380
1.6	0.02324	0.02270	0.02217	0.02165	0.02114	0.02064	0.02015	0.01967	0.01920	0.01874
1.7	0.01829	0.01785	0.01742	0.01699	0.01658	0.01617	0.01578	0.01539	0.01501	0.01464
1.8	0.01428	0.01392	0.01357	0.01323	0.01290	0.01257	0.01226	0.01195	0.01164	0.01134
1.9	0.01105	0.01077	0.01049	0.01022	$0.0^{2}9957$	$0.0^{2}9698$	$0.0^{2}9440$	$0.0^{2}9190$	$0.0^{2}8950$	$0.0^{2}8721$
2.0	$0.0^{2}8491$	$0.0^{2}8260$	$0.0^{2}8046$	$0.0^{2}7830$	$0.0^{2}7620$	$0.0^{2}7418$	$0.0^{2}7210$	$0.0^{2}7020$	$0.0^{2}6830$	$0.0^{2}6649$
2.1	$0.0^{2}6460$	$0.0^{2}6290$	$0.0^{2}6120$	$0.0^{2}5950$	$0.0^{2}5788$	$0.0^{2}5620$	$0.0^{2}5470$	$0.0^{2}5320$	$0.0^{2}5170$	$0.0^{2}5028$
2.2	$0.0^{2}4880$	$0.0^{2}4750$	$0.0^{2}4616$	$0.0^{2}4480$	$0.0^{2}4358$	$0.0^{2}4230$	$0.0^{2}4110$	$0.0^{2}3990$	$0.0^{2}3880$	$0.0^{2}3770$
2.3	$0.0^{2}3660$	$0.0^{2}3550$	$0.0^{2}3453$	$0.0^{2}3350$	$0.0^{2}3255$	$0.0^{2}3150$	$0.0^{2}3060$	$0.0^{2}2990$	$0.0^{2}2880$	$0.0^{2}2804$
2.4	$0.0^{2}2720$	$0.0^{2}2640$	$0.0^{2}2561$	$0.0^{2}2480$	$0.0^{2}2410$	$0.0^{2}2330$	$0.0^{2}2260$	$0.0^{2}2190$	$0.0^{2}2130$	$0.0^{2}2067$
2.5	$0.0^{2}2000$	$0.0^{2}1940$	$0.0^{2}1883$	$0.0^{2}1820$	$0.0^{2}1769$	$0.0^{2}1710$	$0.0^{2}1660$	$0.0^{2}1610$	$0.0^{2}1560$	$0.0^{2}1511$
2.6	$0.0^{2}1460$	$0.0^{2}1418$	$0.0^{2}1373$	$0.0^{2}1330$	$0.0^{2}1288$	$0.0^{2}1240$	$0.0^{2}1200$	$0.0^{2}1160$	$0.0^{2}1130$	$0.0^{2}1095$
2.7	$0.0^{2}1060$	$0.0^{2}1026$	$0.0^{3}9928$	$0.0^{3}9600$	$0.0^{3}9295$	$0.0^{3}8990$	$0.0^{3}8690$	$0.0^{3}8410$	$0.0^{3}8140$	$0.0^{3}7870$
2.8	$0.0^{3}7610$	$0.0^{3}7359$	$0.0^{3}7115$	$0.0^{3}6880$	$0.0^{3}6650$	$0.0^{3}6430$	$0.0^{3}6210$	$0.0^{3}6000$	$0.0^{3}5800$	$0.0^{3}5606$
2.9	$0.0^{3}5420$	$0.0^{3}5233$	$0.0^{3}5055$	$0.0^{3}4880$	$0.0^{3}4716$	$0.0^{3}4550$	$0.0^{3}4390$	$0.0^{3}4250$	$0.0^{3}410$	$0.0^{3}3959$
3.0	$0.0^{3}3820$	$0.0^{3}3869$	$0.0^{3}3560$	$0.0^{3}3440$	$0.0^{3}3316$	$0.0^{3}3130$	$0.0^{3}3080$	$0.0^{3}2970$	$0.0^{3}2870$	$0.0^{3}2771$
3.1	$0.0^{3}2670$	$0.0^{3}2577$	$0.0^{3}2485$	$0.0^{3}2390$	$0.0^{3}2311$	$0.0^{3}2230$	$0.0^{3}2150$	$0.0^{3}2070$	$0.0^{3}1990$	$0.0^{3}1922$
3.2	$0.0^{3}1850$	$0.0^{3}1785$	$0.0^{3}1720$	$0.0^{3}1660$	$0.0^{3}1596$	$0.0^{3}1530$	$0.0^{3}1480$	$0.0^{3}1430$	$0.0^{3}1370$	$0.0^{3}1322$
3.3	$0.0^{3}1270$	$0.0^{3}1225$	$0.0^{3}1179$	$0.0^{3}1130$	$0.0^{3}1093$	$0.0^{3}1050$	$0.0^{3}1010$	$0.0^{4}9730$	$0.0^{4}9360$	$0.0^{4}9009$
3.4	$0.0^{4}8660$	$0.0^{4}8335$	$0.0^{4}8016$	$0.0^{4}7710$	$0.0^{4}7413$	$0.0^{4}7130$	$0.0^{4}6850$	$0.0^{4}6590$	$0.0^{4}6330$	$0.0^{4}6085$
3.5	$0.0^{4}5850$	$0.0^{4}5620$	$0.0^{4}5400$	$0.0^{4}5190$	$0.0^{4}4984$	$0.0^{4}4790$	$0.0^{4}4590$	$0.0^{4}4420$	$0.0^{4}4240$	$0.0^{4}4073$
3.6	$0.0^{4}3910$	$0.0^{4}3755$	$0.0^{4}3605$	$0.0^{4}3460$	$0.0^{4}3321$	$0.0^{4}3190$	$0.0^{4}3060$	$0.0^{4}2930$	$0.0^{4}2810$	$0.0^{4}2702$
3.7	$0.0^{4}2590$	$0.0^{4}2486$	$0.0^{4}2385$	$0.0^{4}2280$	$0.0^{4}2193$	$0.0^{4}2100$	$0.0^{4}2010$	$0.0^{4}1930$	$0.0^{4}1850$	$0.0^{4}1776$
3.8	$0.0^{4}1700$	$0.0^{4}1632$	$0.0^{4}1563$	$0.0^{4}1490$	$0.0^{4}1435$	$0.0^{4}1370$	$0.0^{4}1310$	$0.0^{4}1260$	$0.0^{4}1200$	$0.0^{4}1157$
3.9	$0.0^{4}1100$	$0.0^{4}1061$	$0.0^{4}1106$	$0.0^{5}9720$	$0.0^{5}9307$	$0.0^{5}8910$	$0.0^{5}8520$	$0.0^{5}8160$	$0.0^{5}7800$	$0.0^{5}7469$
4.0	$0.0^{5}7140$	$0.0^{5}6830$	$0.0^{5}6538$	$0.0^{5}6250$	$0.0^{5}580$	$0.0^{5}5720$	$0.0^{5}5468$	$0.0^{5}5230$	$0.0^{5}4997$	$0.0^{5}4777$
4.1	$0.0^{5}4560$	$0.0^{5}4360$	$0.0^{5}4170$	$0.0^{5}3980$	$0.0^{5}3810$	$0.0^{5}3640$	$0.0^{5}3475$	$0.0^{5}3320$	$0.0^{5}3170$	$0.0^{5}3027$
4.2	$0.0^{5}2890$	$0.0^{5}2760$	$0.0^{5}2635$	$0.0^{5}2520$	$0.0^{5}2400$	$0.0^{5}2290$	$0.0^{5}2188$	$0.0^{5}2090$	$0.0^{5}1992$	$0.0^{5}1901$
4.3	$0.0^{5}1810$	$0.0^{5}1730$	$0.0^{5}1650$	$0.0^{5}1570$	$0.0^{5}1500$	$0.0^{5}1430$	$0.0^{5}1365$	$0.0^{5}1300$	$0.0^{5}1241$	$0.0^{5}1183$
4.4	$0.0^{5}1127$	$0.0^{5}1074$	$0.0^{5}1024$	$0.0^{6}9750$	$0.0^{6}9290$	$0.0^{6}8850$	$0.0^{6}8437$	$0.0^{6}8040$	$0.0^{6}7655$	$0.0^{6}7290$
4.5	$0.0^{6}6942$	$0.0^{6}6610$	$0.0^{6}6294$	$0.0^{6}5990$	$0.0^{6}5704$	$0.0^{6}5429$	$0.0^{6}5167$	$0.0^{6}4920$	$0.0^{6}4679$	$0.0^{6}4452$
4.6	$0.0^{6}4236$	$0.0^{6}4229$	$0.0^{6}3833$	$0.0^{6}3640$	$0.0^{6}3470$	$0.0^{6}3297$	$0.0^{6}3135$	$0.0^{6}2910$	$0.0^{6}2834$	$0.0^{6}2694$
4.7	$0.0^{6}2560$	$0.0^{6}2433$	$0.0^{6}2313$	$0.0^{6}2190$	$0.0^{6}2090$	$0.0^{6}1984$	$0.0^{6}1884$	$0.0^{6}1790$	$0.0^{6}1700$	$0.0^{6}1615$
4.8	$0.0^{6}1533$	$0.0^{6}1556$	$0.0^{6}1382$	$0.0^{6}1310$	$0.0^{6}1180$	$0.0^{6}1182$	$0.0^{6}1122$	$0.0^{6}1050$	$0.0^{6}1011$	$0.0^{7}9588$
4.9	$0.0^{7}9096$	$0.0^{7}8629$	$0.0^{7}8185$	$0.0^{7}7760$	$0.0^{7}7360$	$0.0^{7}6982$	$0.0^{7}6620$	$0.0^{7}6270$	$0.0^{7}5950$	$0.0^{7}5640$

Los números pequeños que aparecen como coeficientes indican el número de ceros que siguen inmediatamente al punto decimal. Por ejemplo $0.0^{3}3822 = 0.0003822$

APENDICE II

FUNCIÓN DE DISTRIBUCIÓN NORMAL ESTANDAR

Z	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
-3,0	,0013	,0010	,0007	,0005	,0003	,0002	,0002	,0001	,0001	,0000
-2,9	,0019	,0018	,0017	,0017	,0016	,0016	,0015	,0015	,0014	,0014
-2,8	,0026	,0025	,0024	,0023	,0023	,0022	,0021	,0021	,0020	,0019
-2,7	,0035	,0034	,0033	,0032	,0031	,0030	,0029	,0028	,0027	,0026
-2,6	,0047	,0045	,0044	,0043	,0041	,0040	,0039	,0038	,0037	,0036
-2,5	,0062	0,060	,0059	,0057	,0055	,0054	,0052	,0051	,0049	,0048
-2,4	,0082	,0080	,0078	,0075	,0073	,0071	,0069	,0068	,0066	,0064
-2,3	,0107	,0104	,0102	,0099	,0096	,0094	,0091	,0089	,0087	,0084
-2,2	,0139	,0136	,0132	,0129	,0126	,0122	,0119	,0116	,0113	,0110
-2,1	,0179	,0174	,0170	,0166	,0162	,0158	,0154	,0150	,0146	,0143
-2,0	,0228	,0222	,0217	,0212	,0207	,0202	,0197	,0192	,0188	,0183
-1,9	,0287	,0281	,0274	,0268	,0262	,0256	,0250	,0244	,0238	,0233
-1,8	,0359	,0352	,0344	,0336	,0329	,0322	,0314	,0307	,0300	,0294
-1,7	,0446	,0436	,0427	,0418	,0409	,0401	,0392	,0384	,0375	,0367
-1,6	,0548	,0537	,0526	,0516	,0505	,0495	,0485	,0475	,0465	,0455
-1,5	,0668	,0655	,0643	,0630	,0618	,0606	,0594	,0582	,0570	,0559
-1,4	,0808	,0793	,0778	,0764	,0749	,0735	,0722	,0708	,0694	,0681
-1,3	,0968	,0951	,0934	,0918	,0901	,0885	,0869	,0853	,0838	,0823
-1,2	,1151	,1131	,1112	,1093	,1075	,1056	,1038	,1020	,1003	,0985
-1,1	,1357	,1335	,1314	,1292	,1271	,1251	,1230	,1210	,1190	,1170
-1,0	,1587	,1562	,1539	,1515	,1492	,1469	,1446	,1423	,1401	,1379
-0,9	,1841	,1814	,1788	,1762	,1736	,1711	,1685	,1660	,1635	,1611
-0,8	,2119	,2090	,2061	,2033	,2005	,1977	,1949	,1922	,1894	,1867
-0,7	,2420	,2389	,2358	,2327	,2297	,2266	,2236	,2206	,2177	,2148
-0,6	,2743	,2709	,2676	,2643	,2611	,2578	,2546	,2515	,2483	,2451
-0,5	,3085	,3050	,3015	,2981	,2946	,2912	,2877	,2843	,2810	,2776
-0,4	,3446	,3409	,3372	,3336	,3300	,3264	,3228	,3192	,3156	,3121
-0,3	,3821	,3783	,3745	,3707	,3669	,3632	,3594	,3557	,3520	,3483
-0,2	,4207	,4168	,4129	,4090	,4052	,4013	,3974	,3936	,3897	,3859
-0,1	,4602	,4562	,4522	,4483	,4443,	,4404	,4364	,4325	,4286	,4247
-0,0	,5000	,4960	,4920	,4880	,4840	,4801	,4761	,4721	,4681	,4641

FUNCIÓN DE DISTRIBUCIÓN NORMAL ESTÁNDAR
Continuación

Z	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0,0	,5000	,5040	,5080	,5120	,5160	,5199	,5239	,5279	,5319	,5359
0,1	,5398	,5438	,5478	,5517	,5557	,5596	,5636	,5675	,5714	,5753
0,2	,5793	,5832	,5871	,5910	,5948	,5987	,6026	,6064	,6103	,6141
0,3	,6179	,6217	,6255	,6293	,6331	,6368	,6406	,6443	,6480	,6517
0,4	,6554	,6591	,6628	,6664	,6700	,6736	,6772	,6808	,6844	,6879
0,5	,6915	,6950	,6985	,7019	,7054	,7088	,7123	,7157	,7190	,7224
0,6	,7257	,7291	,7324	,7357	,7389	,7422	,7454	,7486	,7517	,7549
0,7	,7580	,7611	,7642	,7673	,7703	,7734	,7764	,7794	,7823	,7852
0,8	,7881	,7910	,7939	,7967	,7995	,8023	,8051	,8078	,8106	,8133
0,9	,8159	,8186	,8212	,8238	,8264	,8289	,8315	,8340	,8365	,8389
1,0	,8413	,8438	,8461	,8485	,8508	,8531	,8554	,8577	,8599	,8621
1,1	,8643	,8665	,8686	,8708	,8729	,8749	,8770	,8790	,8810	,8830
1,2	,8849	,8869	,8888	,8907	,8925	,8944	,8962	,8980	,8997	,9015
1,3	,9032	,9049	,9066	,9082	,9099	,9115	,9131	,9147	,9162	,9177
1,4	,9192	,9207	,9222	,9236	,9251	,9265	,9278	,9292	,9306	,9310
1,5	,9332	,9345	,9357	,9370	,9382	,9394	,9406	,9418	,9430	,9441
1,6	,9452	,9463	,9474	,9484	,9495	,9505	,9515	,9525	,9535	,9545
1,7	,9554	,9567	,9573	,9582	,9591	,9599	,9608	,9616	,9625	,9633
1,8	,9641	,9648	,9656	,9664	,9671	,9678	,9686	,9693	,9700	,9706
1,9	,9713	,9719	,9726	,9732	,9738	,9744	,9750	,9756	,9762	,9767
2,0	,9772	,9778	,9783	,9788	,9793	,9798	,9803	,9808	,9812	,9817
2,1	,9821	,9826	,9830	,9834	,9838	,9842	,9846	,9850	,9854	,9857
2,2	,9861	,9864	,9868	,9871	,9874	,9878	,9881	,9884	,9887	,9890
2,3	,9893	,9896	,9898	,9901	,9904	,9906	,9909	,9911	,9913	,9916
2,4	,9918	,9920	,8822	,9925	,9927	,9929	,9931	,9932	,9934	,9936
2,5	,9938	,9940	,9941	,9943	,9945	,9946	,9948	,9949	,9951	,9952
2,6	,9953	,9955	,9956	,9957	,9959	,9960	,9961	,9962	,9963	,9964
2,7	,9965	,9966	,9967	,9968	,9969	,9970	,9971	,9972	,9973	,9974
2,8	,9974	,9975	,9976	,9977	,9977	,9978	,9979	,9979	,9980	,9981
2,9	,9981	,9982	,9982	,9983	,9984	,9984	,9985	,9985	,9986	,9986
3,0	,9987	,9990	,9993	,9995	,9997	,9998	,9998	,9999	,9999	1,000

BIBLIOGRAFIA

1. John Curwin & Roger Slater. *Quantitative Method For Bussiness Decission.* Chapman & Hall, 1991.

2. F. Hillier& G. Lieberman. *Introducción a la Investigación de Operaciones.* Mexico : McGraw Hill, 1997.

3. Hamdy A Taha. *Investigación de Operaciones.* Mexico : Alfaomega Grupo Editor , 1995

4. A. Chikán. *Inventory Theories and Applications.* New York : Elsevier Science Publishing Co. Inc., 1991

5. S. Graves, A.H.G. Rinnovy Kan & P. Zipkin. *Logisties of Production an Inventory. North Holland:* Elsevier Science Publisers, 1991

6. H. Mathur & D. Solow. *Investigación de Operaciones.* Mexico: Prentice Hall, 1996.

7. Juan Prawda. *Métodos y Modelos de Investigación de Operaciones. Volumen II. Modelos Estocásticos.* Mexico: Editorial Limusa, 1995.

AUTOR	MIGUELINA VEGA ROSALES WLADIMIR RIOS MARTINEZ
TITULO:	ADMINISTRACIÓN DE INVENTARIOS: TEORÍA Y PRÁCTICA
EDICION:	PRIMERA
EJEMPLARES:	15
EDITADO POR:	UNIVERSIDAD AUSTRAL DE CHILE FACULTAD DE CIENCIAS DE LA INGENIERIA OFICINA DE EDUCACION EN INGENIERIA
FECHA:	(AGOSTO - 2001)
SERIE:	4708 - 01 - 01