INECUACIONES RACIONALES

Recordemos que un Racional es un valor escrito en la forma a/b.
Si lo expresamos algebraicamente será:

$$\frac{p(x)}{q(x)}$$

En la cual se pueden dar o cumplir alguna de las siguientes condiciones:

$\frac{p(x)}{q(x)} < 0$ $\qquad$ $\frac{p(x)}{q(x)} > 0$

$\frac{p(x)}{q(x)} \leq 0$ $\qquad$ $\frac{p(x)}{q(x)} \geq 0$

En cualquiera de los casos, el denominador debe ser distinto de cero para que el racional no se indetermine.

$q(x) \neq 0$

Ejemplo 1

$$\frac{2x-5}{x+7} + 1 \leq 0$$

Desarrollo:

$$\frac{2x-5}{x+7} + 1 \leq 0 \qquad / \text{ mcm } (x+7)$$

$$\frac{2x-5\ +x+7}{x+7} \leq 0$$

$$\frac{3x+2}{x+7} \leq 0$$

Se debe desarrollar el mumerador y el denominador en forma independiente:

$i)\ 3x+2=0$

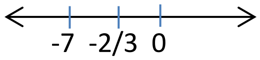
$3x=-2$

$x=\frac{-2}{3}$

$ii)\ x+7=0$

$x=-7$

Ubicamos estos resultados en la recta numérica.



Además usamos una tabla para evaluar el signo del denominador y el numerador.

	$-\infty$ -7	-7 -2/3	-2/3 $+\infty$
$3x+2$	-	-	+
$x+7$	-	+	+
	+	-	+

$$\boldsymbol{S}:\left\{\forall x \in \Re / -7 < x \leq \frac{-2}{3}\right\}$$

Ejemplo 2

Determinar el intervalo solución de:

$$\frac{2x+3}{x-1} \geq 1$$

Desarrollo:

$$\frac{2x+3}{x-1} \geq 1$$

$$\frac{2x+3}{x-1} - 1 \geq 0$$

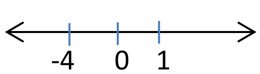
Al desarrollar, se obtiene:

$$\frac{x+4}{x-1} \geq 0$$

Se resuelve numerador y denominador:

$i)\ x+4=0$ $\qquad$ $ii)\ x-1=0$

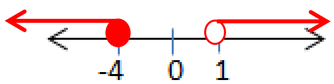
$\color{red}{x=-4}$ $\qquad$ $\color{red}{x=1}$



Usamos la tabla.

$-\infty$	-4	1	$+\infty$
$x+4$	-	+	+
$x-1$	-	-	+
	+	-	+

En este caso la expresión debe ser mayor que cero, o sea, positiva, entonces sirven los intervalos destacados en rojo:



$\boldsymbol{S}: \{\boldsymbol{x} \in \mathfrak{R} \ \ / \ ]-\infty, \boldsymbol{-4}] \cup \ ]\boldsymbol{1}, +\infty[\ \}$

Otra forma de verlo es: $\boldsymbol{S}: \{\forall \boldsymbol{x} \in \mathfrak{R} \ ; \ \mathfrak{R} - \ ]\boldsymbol{-4}, \boldsymbol{1}] \ \}$

INECUACIONES DE SEGUNDO GRADO

Recordemos que la forma general de una ecuación de Segundo grado es:

$ax^2 + bx + c = 0 \quad donde\ a \neq 0$

Para resolver una ecuación de segundo grado se aplica la fórmula:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

La ecuación de segundo grado puede clasificarse en:

Completa: $ax^2 + bx + c = 0 \quad donde\ a \neq 0$

Incompleta Binomial: $ax^2 + bx = 0 \quad donde\ c = 0$

Incompleta Pura: $ax^2 + c = 0 \quad donde\ b = 0$

Para el caso de las inecuaciones tendremos alguna de las siguientes posibilidades:

$$ax^2 + bx + c > 0$$

$$ax^2 + bx + c < 0$$

$$ax^2 + bx + c \geq 0$$

$$ax^2 + bx + c \leq 0$$

Ejemplo:

Determinar el intervalo de solución para Completa: $x^2 - 2x - 35 < 0$

Desarrollo: Resolvemos usando factorización.

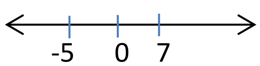
$$x^2 - 2x - 35 < 0$$

$$(x - 7)(x + 5) \; < 0$$

Se resuelve cada paréntesis del producto:

$\boldsymbol{i)\; x - 7 = 0}$ $\qquad$ $\boldsymbol{ii)\; x + 5 = 0}$

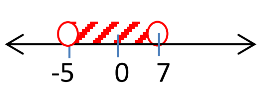
$\boldsymbol{x = 7}$ $\qquad$ $\boldsymbol{x = -5}$



Usamos la tabla.

	$-\infty$ — -5	-5 — 7	7 — $+\infty$
$x - 7$	-	-	+
$x + 5$	-	+	+
	+	-	**+**

En este caso la expresión debe ser menor que cero.



$\boldsymbol{S}: \{\forall\; \boldsymbol{x} \in \mathfrak{R} \;\; / \;]\boldsymbol{-5, 7}[\quad \}$

INECUACIONES CON VALOR ABSOLUTO

En una recta numérica el Valor Absoluto indica la distancia que existe entre el número y el cero, el valor absoluto se representa por el número encerrado entre dos líneas verticales.

Ejemplo:

$$|-2| = 2$$

$$|\ 2\ | = 2$$

En las inecuaciones con valor absoluto la expresión algebraica tomo la siguiente forma:

$$|\mathbf{x}|$$

Para resolver una inecuación con valor absoluto se utilizan dos propiedades, que dependen del signo de desigualdad.

1) $|\mathbf{x}| \leq \boldsymbol{A} \quad \rightarrow \ -\boldsymbol{A} \leq \boldsymbol{x} \leq \boldsymbol{A}$
2) $|\mathbf{x}| \geq \boldsymbol{A} \quad \rightarrow \ \boldsymbol{x} \geq \boldsymbol{A} \quad \vee \quad \boldsymbol{x} \leq -\boldsymbol{A}$

Ejemplo:

$|3x - 2| < 5$

Desarrollo

-5 < 3x-2 < 5   /+2

-3 < 3x < 7   /:3

-1 < x < 7/3

Solución

$\boldsymbol{S}: \{ \forall\, \boldsymbol{x} \in \mathfrak{R} \ \ / \ ]-\mathbf{1}, {}^{\mathbf{7}}/_{\mathbf{3}}[\ \ \}$

Ejemplo:

$|8x+1|>3$

Desarrollo

8x+1>3 $\vee$ 8x+1<-3

8x > 2 $\vee$ 8x < -4

$x>\frac{1}{4}$ $\vee$ $x<\frac{-1}{2}$

Solución

$$\boldsymbol{S}:\left\{\boldsymbol{x}\in\mathfrak{R}\ ;\quad \left]-\infty,-\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{2}}\right[\cup\left]\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{4}},+\infty\right[\quad\right\}$$