

GUIA:FUNCIONESEXPONENCIALES Y LOGARÍTMICAS**ECUACIONES EXPONENCIALES Y LOGARÍTMICAS**

Las **ecuaciones exponenciales** son aquellas en las que las incógnitas forman parte de un exponente.

Ejemplo: $a^{2x-5} = a^{3x+2}$

Veamos cómo debemos resolver este tipo de ecuaciones:

Calcular x en la ecuación $2^x = 128$

Podemos transformarla en $2^x = 2^7$ de donde se obtiene que $x = 7$.

En general

$$\text{si } a^x = a^y \Rightarrow x = y$$

$$\text{si } a^x = b^x \Rightarrow a = b$$

Ejemplo:

Resolver la ecuación exponencial: $27^{x-1} = \sqrt[3]{9}$.

$$(3^3)^{x-1} = (3^2)^{\frac{1}{3}}$$

$$3^{3x-3} = 3^{\frac{2}{3}}$$

$$3x-3 = \frac{2}{3}$$

$$x = \frac{11}{9}$$

Las **ecuaciones logarítmicas** son aquellas en las que aparece la incógnita o incógnitas dentro de un logaritmo.

Por ejemplo: $\log(x+7) = 1 + \log(x-4)$

Resolver la ecuación $\log(x+6) = \log(2x-1)$.

Parece lógico que para que esta ecuación sea cierta, debe ser: $x+6 = 2x-1$ o sea $x = 7$.

El método para resolver numéricamente las ecuaciones logarítmicas se basa en lo siguiente:

Se trata de conseguir por tanto una ecuación del tipo $\log(\dots) = \log(\dots)$. Para ello de deben tener muy claras las propiedades de los logaritmos:

Ejemplo: Determinar el valor de x en la ecuación $\log(x+6) = 1 + \log(x-3)$.

$$\log(x+6) = 1 + \log(x-3);$$

$$\log(x+6) = \log 10 + \log(x-3);$$

$$\log(x+6) = \log 10(x-3).$$

$$x+6 = 10(x-3)$$

$$x = 4.$$

Debemos considerar, al resolver ecuaciones logarítmicas, lo siguiente:

En algunas ecuaciones logarítmicas podemos obtener soluciones numéricas que no son válidas, lo que nos obliga a comprobar las soluciones obtenidas en la ecuación inicial para decidir sobre su validez

Ejemplo:

Resolver la ecuación $\log(3 - x^2) = \log 2 + \log x$

$$\log(3 - x^2) = \log 2x,$$

$$3 - x^2 = 2x$$

$$x^2 + 2x - 3 = 0$$

de donde se obtiene que $x_1 = 1$ y $x_2 = -3$

Al sustituir el valor -3 en la ecuación inicial, se obtiene que $\log(-6) = \log 2 + \log(-3)$, pero los *¡logaritmos de números negativos que no existen!*. Por tanto la única solución de esta ecuación es $x = 1$.

EJERCICIOS DE SELECCION MULTIPLE:

1. El valor de x en la expresión $2^{x-5} = 1$ es:

- a) 7 b) 6 c) 11/2 d) 5 e) -5

2. Si $4^x = \frac{1}{64}$, entonces $x = ?$

- a) 16 b) 1/256 c) 1/16 d) -255/64 e) -3

3. En la expresión $4^{3x+6} - 2^{2x-7} = 0$ el valor de x es:

- a) -13 b) -19/4 c) -5/4 d) 1 e) Ninguna de las anteriores

4. Al resolver la ecuación $\sqrt[4]{a^{6x+2}} = a^{x-9}$ se obtiene que x es:

- a) -19 b) -17 c) -17/23 d) -19/5 e) Ninguna de las anteriores

5. El valor de x en la ecuación $\log(2x-4) = 1$, es:

- a) -3/2 b) 5/2 c) 7 d) 3 e) 2

6. Si $\log(x+3) = \log 2 - \log(x+2)$, entonces $x =$

- a) 4 b) 1 c) -1 d) $-3/2$ e) -4

7. El $\log 4x = 3\log 2 + 4\log 3$. Determinar x .

- a) 3 b) $9/2$ c) 18 d) $45/2$ e) 162

8. Al calcular x en la expresión $8^{x-3} = \left(\frac{1}{32}\right)^{4-x}$ resulta:

- a) $29/2$ b) $11/2$ c) $-11/2$ d) $-29/8$ e) Ninguna de las anteriores

9. El valor de x en la ecuación logarítmica $\log(x-a) - \log(x+a) = \log x - \log(x-a)$ es:

- a) $a/3$ b) $a/2$ c) a d) $2a$ e) $3a$

10. En la ecuación $\log(x+1) = -1$, el valor de x es:

- a) 1,1 b) 0,9 c) 0 d) -0,9 e) -2

NO ← 11) Resolver: $\frac{x-2}{2} + \frac{x-3}{3} + \frac{x-4}{4} = 10$

- a) 48
b) 12
c) 25
d) 36
e) 52

12) ¿Cuáles son las restricciones de la ecuación? $\frac{2}{x-1} - \frac{3}{x-3} = 0$

- a) 1 y 3
b) -1 y -3
c) -1 y 3
d) 1 y -3
e) N.A.

NO ← 13) La solución de la ecuación: $\frac{1}{2x} + \frac{3}{5x} = \frac{11}{x^2}$

- a) 10
b) 20
c) 5
d) No tiene solución
e) N.A.

14) El dominio de: $f(x) = \frac{x+1}{x-1}$ corresponde a:

- a) Todo \mathbb{R}
b) \mathbb{R}^+
c) \mathbb{R}^-
d) $\mathbb{R} - \{-1, 1\}$
e) $\mathbb{R} - \{1\}$

15) Si $f(x) = \frac{x+1}{x^2 - 5x + 6}$, entonces $f(2) = ?$

- a) 4
- b) 3/5
- c) 3/20
- d) 2/3
- e) No esta definido en R

- NO ← 16) Una ecuación Irracional se caracteriza porque:
- a) Aparece una cantidad subradical
 - b) Pueden aparecer varias cantidades subradicales
 - c) La incognita se encuentra bajo una raíz
 - d) Todas las anteriores son correctas
 - e) N.A

- NO ← 17) ¿Cuál de las proposiciones corresponden a ecuaciones irracionales?

I. $\sqrt{x+2} = 25$ II. $x + \sqrt{2} = 5$ III. $x + 10 = 5$

- a) Solo I
- b) Solo II
- c) Solo III
- d) I y II
- e) I y III

NO ← 18) Encontrar el valor de x en : $\frac{2}{3}\sqrt{x+1} = 8$

- a) 143
- b) 150
- c) 144
- d) 145
- e) 125

19) Si $f(x) = \sqrt{x^2 + 2}$, entonces $f(-2) = ?$

- a) 0
- b) 4
- c) 6
- d) 3
- e) $\sqrt{6}$

20) Si $f(x) = \sqrt{x^2 - 4}$, entonces su dominio es :

- a) Todo R
- b) $R < 2$
- c) $R > 4$
- d) $R \geq 2$
- e) $R \leq 4$

21) Si $3^{x+3} = 9^{-x}$, entonces el valor de x es:

- a) -3
- b) -2
- c) -1
- d) 2
- e) 3

22) Si $4 \cdot 4 = 2^{x+1}$, entonces 2^x :

- a) 4
- b) 8
- c) 16
- d) 32
- e) 64

23) Con respecto a la función $f(x) = 5^x$; ¿Cuál de las siguientes opciones es falsa?

- a) La función $f(x)$ es creciente, para $x \geq 0$
- b) $f(2) = 25$
- c) La gráfica no interseca al eje de las abscisas
- d) La gráfica interseca al eje de las ordenadas en el punto $(1,0)$
- e) $f(-2) < f(2)$

24) Si $\log(2x + 1) - \log x = 1$, entonces x es igual a:

- a) 0,125
- b) 0,25
- c) 0,5
- d) 2
- e) -1

25) Si $\log_{(x-4)}(16 - x)$, entonces $f(7) = ?$

- a) 2
- b) 3
- c) 3^9
- d) 9^3
- e) 27

26) La solución de la ecuación $\left(\frac{1}{2}\right)^{4x+1} = 8^{x-2}$, es:

- a) -5
- b) -1
- c) $3/7$
- d) $5/7$
- e) 7

27) Si $f(x) = \sqrt{1-x^2}$ con $-1 \leq x \leq 1$, entonces $f\left(\frac{-3}{4}\right)$ es igual a:

- a) $\sqrt{7}/4$
- b) $\sqrt{7}/2$
- c) $5/4$
- d) $1/2$
- e) Un número que no es real

28) ¿Cuál(es) de la(s) siguientes afirmaciones es (son) verdadera(s)?

I) $\log_{15}\left(\frac{1}{225}\right) = -2$

II) Si $\log_{\sqrt{11}} x = 2$

III) Si $\log_x 27 = -3$

entonces $x = 11$

entonces $x = 3$

- a) Solo I
- b) Solo II
- c) Solo I y II
- d) Solo II y III

e) I, II y III

29) El valor de x en: $4 \cdot 3^x - 3^x = 27$

- a) 1
- b) 2
- c) 3
- d) -2
- e) -3

NO ← 30) La solución de: $\sqrt{7 + \sqrt{2 + \sqrt{x-3}}} = 3$ es:

- a) 4
- b) 3
- c) 5
- d) 7
- e) 9

NO ← 31) En $\sqrt{(x+1)^2 + (x-1)^2} = 2$ el valor de x es:

- a) ± 1
- b) ± 2
- c) 0
- d) ± 3
- e) ± 4

32) Para que la expresión $\frac{3}{\sqrt{3-5x}}$; sea real es necesario y suficiente que:

- a) $x > 3/5$
- b) $x < 3/5$
- c) $x > 5/3$
- d) $x < 5/3$
- e) $x > -3/5$

33) Si $\log x + \log 3 = \log 60 - \log 20$, entonces el valor de x es:

- a) 0
- b) 1
- c) 3
- d) 10
- e) 33

34) Si $\log(x+3) - \log(x+2) = \log 2$, entonces el valor de x es:

- a) 2
- b) 1
- c) 0
- d) -1
- e) -2

35) Si $2^{x-2} + 2^{x+2} = 17$; el valor de x es:

- a) 2
- b) 1
- c) 0
- d) -1
- e) -2

36) $\log_{\sqrt{3}} 27 =$

- a) 1
- b) 3
- c) 6

- d) 9
- e) 12

37) Si $p^{x-2} = q^{x+1}$; entonces el valor de x:

- a) $2 \log p$
- b) $2 \log p + \log q$
- c) $2 \log p - \log q$
- d) $\frac{2 \log p + \log q}{\log p - \log q}$
- e) $\frac{2 \log p + \log q}{\log q - \log p}$

38) Si $\log_{27} \frac{1}{3} =$

- a) 3
- b) 1
- c) $1/3$
- d) $-1/3$
- e) -1

39) ¿Cuál es el valor de x en la siguiente ecuación $2 \log_2(x+2) - \log_2(x+1) = 2$?

- a) 0
- b) 1
- c) 2
- d) 3
- e) N.A

40) Si $f(x) = \sqrt{x^2 - 9}$, entonces su dominio es:

- a) Todo R
- b) $R \geq 3$
- c) $R \leq 9$
- d) $R < 3$
- e) $R > 9$