

Guía de trabajo Integración indefinida. Métodos de resolución

Cálculo III

Usando Esencialmente la técnica de integración por sustitución, encontrar la siguientes integrales:

$$2.39.- \int 3^x e^x dx$$

$$2.42.- \int \frac{1-3x}{3+2x} dx$$

$$2.45.- \int \frac{3t^2+3}{t-1} dt$$

$$2.48.- \int \left(a + \frac{b}{x-a} \right)^2 dx$$

$$2.51.- \int \sqrt{a-bx} dx$$

$$2.40.- \int \frac{adx}{a-x}$$

$$2.43.- \int \frac{xdx}{a+bx}$$

$$2.46.- \int \frac{x^2+5x+7}{x+3} dx$$

$$2.49.- \int \frac{x}{(x+1)^2} dx$$

$$2.52.- \int \frac{xdx}{\sqrt{x^2+1}}$$

$$2.41.- \int \frac{4t+6}{2t+1} dt$$

$$2.44.- \int \frac{ax-b}{\alpha x+\beta} dx$$

$$2.47.- \int \frac{x^4+x^2+1}{x-1} dx$$

$$2.50.- \int \frac{bdy}{\sqrt{1-y}}$$

$$2.53.- \int \frac{\sqrt{x} + \ell \eta x}{x} dx$$

11. Un fabricante determina que el costo marginal es $3q^2 - 60q + 400$ dólares por unidad cuando se producen q unidades. El costo total de producción de las primeras 2 unidades es 900 dólares. ¿Cuál es el costo total de producción de las primeras 5 unidades?

12. Se ha determinado que la población $P(t)$ de una colonia de bacterias, t horas después de iniciar la observación, tiene una razón de cambio de:

$$\frac{dP}{dt} = 20 \cdot e^{0.1t} + 15 \cdot e^{-0.03t}$$

Si la población era de 200.000 bacterias cuando se inició la observación. ¿Cuál será la población 12 horas después?

13. Se ha determina que dentro de t años la población de una cierta ciudad cambiará a razón de $\frac{dP}{dt} = 4 + 5t^{\frac{2}{3}}$ personas por año. Si la población actual es de 10.000, ¿Cuál será la población dentro de ocho años?

14. Un fabricante estima que el costo marginal por producir q unidades de cierto bien es $CM(q) = 3q^2 - 24q + 48$ dólares por unidad. Si el costo de producción de 10 unidades es de 5.000 dólares. ¿Cuál es el costo de producción de 30 unidades?
15. Suponga que se determina que el ingreso marginal asociado con la producción de x unidades de un cierto artículo es $IM(x) = 240 - 4x$ dólares por unidad.
- ¿Cuál es la función de ingreso?
 - ¿Puede suponer que $I(0) = 0$?
 - ¿Qué precio se pagara por cada unidad cuando el nivel de producción sea de 5 unidades?
16. Un objeto que parte del reposo, se mueve de manera que su rapidez después de t minutos es $v(t) = 3 + 2t + 6t^2$ metros por minuto. ¿Cuál es la distancia recorrida durante el segundo minuto?
17. Una ecologista encuentra que cierto tipo de árbol crece de tal forma que su altura $h(t)$ después de t años cambia a una razón de:

$$h'(t) = 0,2 t^{\frac{2}{3}} + \sqrt{t} \quad \frac{\text{metros}}{\text{año}}$$

Si cuando se plantó el árbol éste tenía una altura de 2 metros. ¿Cuál será su altura dentro de 27 años?

19. Un nuevo procedimiento médico se aplica a un tumor canceroso que tiene un volumen de 30 cm^3 , y t días después se determina que el volumen cambia a la tasa:

$$V'(t) = 0,15 - 0,09 e^{0,006t} \quad \frac{\text{cm}^3}{\text{día}}$$

- Determine una fórmula del volumen del tumor t días después.
- ¿Cuál es el volumen luego de 60 días?
- A fin de que el procedimiento sea exitoso, no deberán transcurrir más de 90 días para que el tumor comience a disminuir. Con base en este criterio, ¿tiene éxito el procedimiento?

Respuestas.

11. El costo total de producir las cinco primeras unidades es de 1.587 dólares.
12. La población 12 horas después es de 200.615 bacterias.
13. Dentro de ocho años la población será 10.128 personas.
14. El costo de producir 30 unidades es de 22.360 dólares.
15.
 - a) La función de ingreso es: $I(x) = 240x - 2x^2 + C$
 - b) Si ya que si no hay producción no hay ingresos, entonces $C = 0$.
 - c) Se pagará 230 dólares por unidad.
16. La distancia recorrida es de 26 metros.
17. La altura del árbol será de aprox. 47 metros.
18.
 - a) $T(t) = -20e^{-0,35t} + 16$
 - b) La temperatura de la carne después de 2 horas es $6,07^\circ \text{C}$.
 - c) Deben transcurrir 3,4 horas para que la carne se descongele.

19. a) $V(t) = 0,15t - 15e^{0,006t} + 45$

b) A los 60 días el tumor tiene un volumen de $32,5 \text{ cm}^3$.

c) El procedimiento no tiene éxito ya que a los 90 días el tumor tiene un volumen de $32,8 \text{ cm}^3$.

Nota: respuestas de b) y c) aprox. 1 decimal.

