FLUIDOS EN REPOSO

13

LA PRESIÓN PROMEDIO sobre una superficie de área A se define como la fuerza dividida entre el área, donde la fuerza debe ser perpendicular (normal) al área:

$$\text{Presión promedio} = \frac{\text{fuerza que actúa en un área}}{\text{área sobre la que se distribuye la fuerza}}$$

$$P = \frac{F}{A}$$

Recuerde que la unidad del SI de la presión es el ***pascal*** (Pa) y 1 Pa = 1 N/m^2.

LA PRESIÓN ATMOSFÉRICA ESTÁNDAR (P_A) es 1.01×10^5 Pa, y es equivalente a 14.7 lb/pulg^2. Otras unidades para la presión son

$$1 \text{ atmósfera (atm)} = 1.013 \times 10^5 \text{ Pa}$$
$$1 \text{ torr} = 1 \text{ mm de mercurio (mmHg)} = 133.32 \text{ Pa}$$
$$1 \text{ lb/pulg}^2 = 6.895 \text{ kPa}$$

LA PRESIÓN HIDROSTÁTICA (P) debida a una columna de fluido de altura h y densidad de masa ρ es

$$P = \rho g h$$

PRINCIPIO DE PASCAL: Cuando cambia la presión en cualquier punto en un fluido (líquido o gas) confinado, en cualquier otro punto en el fluido la presión también cambiará y en la misma proporción.

PRINCIPIO DE ARQUÍMEDES: Un cuerpo total o parcialmente sumergido en un fluido es empujado hacia arriba con una fuerza igual al peso del fluido desplazado. Se puede considerar que la fuerza boyante actúa verticalmente hacia arriba a través del centro de gravedad del fluido desplazado

$$F_B = \text{fuerza boyante} = \text{peso del fluido desplazado}$$

La fuerza boyante sobre un objeto de volumen V *totalmente* sumergido en un fluido de densidad ρ_f es $\rho_f Vg$ y el peso del objeto es $\rho_0 Vg$, donde ρ_0 es la densidad del objeto. Por tanto, la fuerza boyante neta sobre el objeto sumergido será

$$F_{\text{neta}}(\text{hacia arriba}) = Vg(\rho_f - \rho_0)$$

PROBLEMAS RESUELTOS

13.1 [I] Un cilindro metálico de 80 kg, 2.0 m de longitud y un área de 25 cm^2 en cada base. Si una de sus bases está en contacto con el piso, ¿qué presión ejerce el cilindro sobre el suelo?

$$P = \frac{\text{fuerza normal}}{\text{área}} = \frac{(80 \text{ kg})(9.81 \text{ m/s}^2)}{25 \times 10^{-4} \text{ m}^2} = 3.1 \times 10^5 \text{ Pa}$$

13.2 [I] La presión atmosférica tiene un valor aproximado de 1.0×10^5 Pa. ¿Qué fuerza ejerce el aire confinado en una habitación sobre una ventana de 40 cm × 80 cm?

La presión atmosférica ejerce una fuerza normal sobre cualquier superficie que se encuentre dentro de la atmósfera. Por consiguiente, la fuerza sobre la ventana es perpendicular a ésta y se obtiene por

$$F = PA = (1.0 \times 10^5 \text{ N/m}^2)(0.40 \times 0.80 \text{ m}^2) = 3.2 \times 10^4 \text{ N}$$

Es claro que una fuerza casi igual, debida a la presión atmosférica sobre el exterior, impide que la ventana se rompa.

13.3 [I] Calcule la presión originada por un fluido en reposo a una profundidad de 76 cm en *a*) agua (ρ_a = 1.00 g/cm^3) y *b*) mercurio (ρ = 13.6 g/cm^3).

a) $$P = \rho_a gh = (1\,000 \text{ kg/m}^3)(9.81 \text{ m/s}^2)(0.76 \text{ m}) = 7\,450 \text{ N/m}^2 = 7.5 \text{ kPa}$$

b) $$P = \rho gh = (13\,600 \text{ kg/m}^3)(9.81 \text{ m/s}^2)(0.76 \text{ m}) = 1.01 \times 10^5 \text{ N/m}^2 \approx 1.0 \text{ atm}$$

13.4 [I] Cuando un submarino se sumerge a una profundidad de 120 m, ¿a qué presión total está sujeta su superficie exterior? La densidad del agua de mar es de aproximadamente 1.03 g/cm^3.

$$\begin{aligned} P &= \text{presión atmosférica + presión del agua} \\ &= 1.01 \times 10^5 \text{ N/m}^2 + \rho gh = 1.01 \times 10^5 \text{ N/m}^2 + (1\,030 \text{ kg/m}^3)(9.81 \text{ m/s}^2)(120 \text{ m}) \\ &= 1.01 \times 10^5 \text{ N/m}^2 + 12.1 \times 10^5 \text{ N/m}^2 = 13.1 \times 10^5 \text{ N/m}^2 = 1.31 \text{ MPa} \end{aligned}$$

13.5 [I] ¿Qué tan alto subirá el agua por la tubería de un edificio si el manómetro que mide la presión del agua indica que ésta es de 270 kPa (alrededor de 40 lb/pulg^2) al nivel del piso?

Un manómetro mide el exceso de presión debida al agua, esto es, la diferencia entre la presión producida por la columna de agua y la presión atmosférica. La columna de agua más alta que se tiene originaría una presión de 270 kPa. Por esta razón, $P = \rho_a gh$ da

$$h = \frac{P}{\rho_a g} = \frac{2.70 \times 10^5 \text{ N/m}^2}{(1000 \text{ kg/m}^3)(9.81 \text{ m/s}^2)} = 27.5 \text{ m}$$

13.6 [I] Un dique de una represa forma un lago artificial de 8.00 km^2. Justo detrás del dique, el lago tiene una profundidad de 12.0 m. ¿Cuál es la presión producida por el agua *a*) en la base del dique y *b*) en un punto ubicado 3.0 metros bajo la superficie del lago?

El área del lago no tiene efecto alguno en la presión que se produce sobre el dique. Por eso, sin importar el punto, $P = \rho_a gh$.

a) $$P = (1\,000 \text{ kg/m}^3)(9.81 \text{ m/s}^2)(12.0 \text{ m}) = 118 \text{ kPa}$$

b) $$P = (1\,000 \text{ kg/m}^3)(9.81 \text{ m/s}^2)(3.0 \text{ m}) = 29 \text{ kPa}$$

13.7 [II] Como se muestra en la figura 13-1, un pistón cargado confina a un fluido de densidad ρ en un recipiente cerrado. El peso combinado del pistón y la carga es de 200 N, y el área de la sección transversal del pistón es A = 8.0 cm^2. Calcule la presión total en el punto B si el fluido es mercurio y h = 25 cm (ρ_{Hg} = 13 600 kg/m^3). ¿Cuál sería la lectura en un manómetro colocado en el punto B?

Recuerde lo que dice el principio de Pascal acerca de la presión aplicada al fluido por el pistón y la atmósfera: la presión añadida se aplica a todos los puntos del fluido. Por tanto, la presión total en el punto B se compone de tres partes:

$$\text{Presión atmosférica} = 1.0 \times 10^5 \text{ Pa}$$

$$\text{Presión debida al pistón y al peso} = \frac{F_W}{A} = \frac{200 \text{ N}}{8.0 \times 10^{-4} \text{ m}^2} = 2.5 \times 10^5 \text{ Pa}$$

$$\text{Presión debida a la altura } h \text{ del fluido} = h\rho g = 0.33 \times 10^5 \text{ Pa}$$

En este caso, la presión del fluido es relativamente pequeña. Se tiene

$$\text{Presión total en } B = 3.8 \times 10^5 \text{ Pa}$$

La presión manométrica no incluye a la presión atmosférica. Por esto,

$$\text{Presión manométrica en } B = 2.8 \times 10^5 \text{ Pa}$$

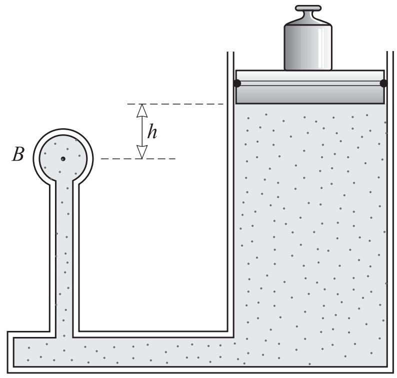

Figura 13-1

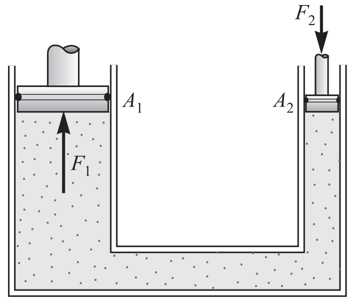

Figura 13-2

13.8 [I] En una prensa hidráulica, como la que se muestra en la figura 13-2, el pistón más grande tiene un área de sección transversal $A_1 = 200$ cm², y el pistón pequeño tiene un área de sección transversal $A_2 = 5.0$ cm². Si una fuerza de 250 N se aplica sobre el pistón pequeño, ¿cuál es la fuerza F_1 en el pistón grande?

Por el principio de Pascal,

$$\text{Presión bajo el pistón grande} = \text{presión bajo el pistón pequeño} \quad \text{o} \quad \frac{F_1}{A_1} = \frac{F_2}{A_2}$$

de modo que,

$$F_1 = \frac{A_1}{A_2} F_2 = \frac{200}{5.0} 250 \text{ N} = 10 \text{ kN}$$

13.9 [II] Para el sistema que se muestra en la figura 13-3, el cilindro L de la izquierda tiene una masa de 600 kg y un área de sección transversal de 800 cm². El pistón S de la derecha tiene un área en su sección transversal de 25 cm² y peso despreciable. Si el dispositivo se llena con aceite ($\rho = 0.78$ g/cm³), calcule la fuerza F que se requiere para mantener al sistema en equilibrio.

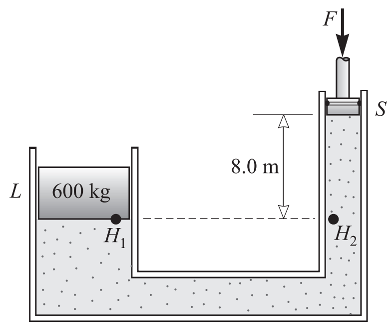

Figura 13-3

Las presiones en los puntos H_1 y H_2 son iguales porque, en un solo fluido conectado, se encuentran en el mismo nivel. Por consiguiente,

$$\text{Presión en } H_1 = \text{presión en } H_2$$

$$\begin{pmatrix}\text{presión debida}\\ \text{al pistón de la}\\ \text{izquierda}\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}\text{presión debida}\\ \text{a } F \text{ y al pistón}\\ \text{de la derecha}\end{pmatrix} + \text{presión debida a los 8.0 m de aceite}$$

$$\frac{(600)(9.81)\text{ N}}{0.0800 \text{ m}^2} = \frac{F}{25 \times 10^{-4} \text{ m}^2} + (8.0 \text{ m})(780 \text{ kg/m}^3)(9.81 \text{ m/s}^2)$$

de donde $F = 31$ N.

13.10 [I] Un barril se romperá cuando en su interior la presión manométrica sea de 350 kPa. El barril se conecta al extremo inferior de un tubo vertical. El barril y el tubo se llenan con aceite ($\rho = 890$ kg/m³). ¿Qué longitud debe tener el tubo para que el barril no se rompa?

De $P = \rho g h$ se tiene

$$h = \frac{P}{\rho g} = \frac{350 \times 10^3 \text{ N/m}^2}{(9.81 \text{ m/s}^2)(890 \text{ kg/m}^3)} = 40.1 \text{ m}$$

13.11 [II] Un tubo vertical de ensayo tiene 2.0 cm de aceite ($\rho = 0.80$ g/cm³) flotando sobre 8.0 cm de agua. ¿Cuál es la presión en el fondo del tubo debida al fluido que contiene?

$$P = \rho_1 g h_1 + \rho_2 g h_2 = (800 \text{ kg/m}^3)(9.81 \text{ m/s}^2)(0.020 \text{ m}) + (1000 \text{ kg/m}^3)(9.81 \text{ m/s}^2)(0.080 \text{ m})$$
$$= 0.94 \text{ kPa}$$

13.12 [II] Como se muestra en la figura 13-4, una columna de agua de 40 cm de altura sostiene otra columna de 31 cm de un fluido desconocido. ¿Cuál es la densidad del fluido que no se conoce?

Las presiones en el punto A debidas a los dos fluidos deben ser iguales (de otra manera, el fluido con mayor presión empujará al fluido con menor presión). Por esta razón,

$$\text{Presión debida al agua} = \text{presión debida al fluido desconocido}$$

$$\rho_1 g h_1 = \rho_2 g h_2$$

de lo cual $$\rho_2 = \frac{h_1}{h_2}\rho_1 = \frac{40}{31}(1000 \text{ kg/m}^3) = 1290 \text{ kg/m}^3 = 1.3 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$$

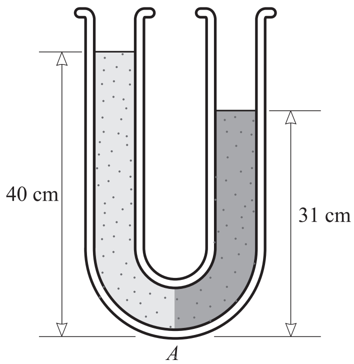

Figura 13-4

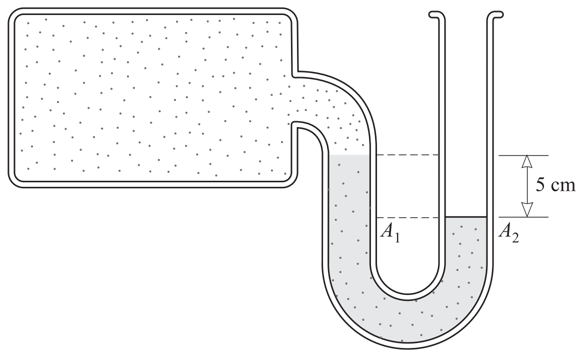

Figura 13-5

13.13 [II] El tubo en U conectado al tanque de la figura 13-15 se llama *manómetro*. Como puede ver, el mercurio en el tubo está más alta en un brazo del tubo que en el otro. ¿Cuál es la presión en el tanque si la presión atmosférica es de 76 cm de mercurio? La densidad del mercurio es de 13.6 g/cm^2.

$$\text{Presión en } A_1 = \text{presión en } A_2$$

$$(P \text{ en el tanque}) + (P \text{ debida a 5 cm de mercurio}) = (P \text{ debida a la atmósfera})$$

$$P + (0.05 \text{ m})(13\,600 \text{ kg/m}^3)(9.81 \text{ m/s}^2) = (0.76 \text{ m})(13\,600 \text{ kg/m}^3)(9.81 \text{ m/s}^2)$$

de lo cual $P = 95$ kPa.

O, quizás de manera más simple, se podría observar que la presión en el tanque es 5.0 cm de mercurio *menor* que la atmosférica. De modo que la presión será de 71 cm de mercurio, que equivale a 94.6 kPa.

13.14 [II] La masa de un bloque de aluminio es de 25.0 g. *a*) ¿Cuál es su volumen? *b*) ¿Cuál será la tensión en una cuerda que sostiene al bloque cuando éste está totalmente sumergido en el agua? La densidad del aluminio es de 2 700 kg/m^3.

El problema es básicamente acerca de la fuerza boyante. *a*) Puesto que $\rho = m/V$, se tiene

$$V = \frac{m}{\rho} = \frac{0.0250 \text{ kg}}{2700 \text{ kg/m}^3} = 9.26 \times 10^{-6} \text{ m}^3 = 9.26 \text{ cm}^3$$

b) El bloque desplaza 9.26×10^{-6} m^3 de agua cuando está sumergido, así que la fuerza boyante sobre él es

$$F_B = \text{peso del agua desplazada} = (\text{volumen})(\rho \text{ del agua})(g)$$

$$= (9.26 \times 10^{-6} \text{ m}^3)(1\,000 \text{ kg/m}^3)(9.81 \text{ m/s}^2) = 0.0908 \text{ N}$$

La tensión en la cuerda de sostén más la fuerza boyante debe igualar el peso del bloque para que esté en equilibrio (vea la figura 13-6). Esto es, $F_T + F_B = mg$, de donde

$$F_T = mg - F_B = (0.0250 \text{ kg})(9.81 \text{ m/s}^2) - 0.0908 \text{ N} = 0.154 \text{ N}$$

13.15 [II] Con una báscula, una pieza de aleación tiene una masa de 86 g en el aire y 73 g cuando está sumergida en agua. Calcule su volumen y densidad.

El cambio aparente en la masa medida se debe a la fuerza boyante del agua. La figura 13-6 muestra la situación cuando el objeto se encuentra en el agua. De la figura, $F_B + F_T = mg$, así que

$$F_B = (0.086)(9.81)\text{ N} - (0.073)(9.81)\text{ N} = (0.013)(9.81)\text{ N}$$

Pero F_B debe ser igual al peso del agua desalojada.

$$F_B = \text{peso del agua} = (\text{masa del agua})(g)$$
$$= (\text{volumen del agua})(\text{densidad del agua})(g)$$

o $$(0.013)(9.81)\text{ N} = V(1\,000\text{ kg/m}^3)(9.81\text{ m/s}^2)$$

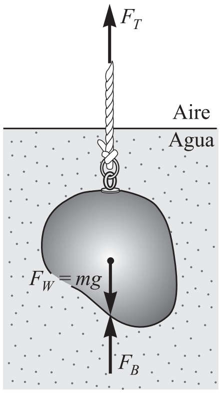

Figura 13-6

de donde $V = 1.3 \times 10^{-5}\text{ m}^3$. Éste también es el volumen de la pieza de aleación. Por tanto,

$$\rho \text{ de la aleación} = \frac{\text{masa}}{\text{volumen}} = \frac{0.086\text{ kg}}{1.3 \times 10^{-5}\text{ m}^3} = 6.6 \times 10^3\text{ kg/m}^3$$

13.16 [II] Un cilindro sólido de aluminio con $\rho = 2\,700\text{ kg/m}^3$, tiene una masa medida de 67 g en el aire y 45 g cuando se sumerge en trementina. Calcule la densidad de la trementina.

La F_B que actúa sobre el cilindro sumergido es

$$F_B = (0.067 - 0.045)\,(9.81)\text{ N} = (0.022)(9.81)\text{ N}$$

Éste también es el peso de la trementina desplazada.

El volumen del cilindro se puede calcular con la ecuación $\rho = m/V$,

$$V \text{ del cilindro} = \frac{m}{\rho} = \frac{0.067\text{ kg}}{2700\text{ kg/m}^3} = 2.5 \times 10^{-5}\text{ m}^3$$

Éste también es el volumen de la trementina desplazada. Por tanto, la densidad de la trementina es

$$\rho = \frac{\text{masa}}{\text{volumen}} = \frac{(\text{peso})/g}{\text{volumen}} = \frac{(0.022)(9.81)/(9.81)}{2.48 \times 10^{-5}}\ \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} = 8.9 \times 10^2\text{ kg/m}^3$$

13.17 [II] Un tapón de vidrio tiene una masa de 2.50 g cuando se mide en el aire, 1.50 g en el agua y 0.70 g en ácido sulfúrico. ¿Cuál es la densidad del ácido? ¿Cuál es su densidad relativa?

La F_B del tapón en el agua es $(0.00250 - 0.00150)(9.81)$ N. Éste es el peso del agua desplazada. Como $\rho = m/V$, o bien $\rho g = F_W/V$, se tiene

$$\text{Volumen del tapón} = \text{volumen del agua desplazada} = \frac{\text{peso}}{\rho g}$$

$$V = \frac{(0.001\,00)(9.81)\text{ N}}{(1000\text{ kg/m}^3)(9.81\text{ m/s}^2)} = 1.00 \times 10^{-6}\text{ m}^3$$

En el ácido, la fuerza boyante es

$$[(2.50 - 0.70) \times 10^{-3}](9.81)\text{ N} = (0.00180)(9.81)\text{ N}$$

Pero esto es igual al peso del ácido desplazado, mg. Como $\rho = m/V$, $m = 0.00180$ kg y $V = 1.00 \times 10^{-6}\text{ m}^3$, se tiene

$$\rho \text{ del ácido} = \frac{0.00180\text{ kg}}{1.00 \times 10^{-6}\text{ m}^3} = 1.8 \times 10^3\text{ kg/m}^3$$

Entonces, para el ácido,

$$\text{Densidad relativa} = \frac{\rho \text{ del ácido}}{\rho \text{ del agua}} = \frac{1800}{1000} = 1.8$$

Método alternativo

$$\text{Peso del agua desplazada} = [(2.50 - 1.50) \times 10^{-3}](9.81)\ \text{N}$$
$$\text{Peso del ácido desplazado} = [(2.50 - 0.70) \times 10^{-3}](9.81)\ \text{N}$$

así $$\text{Densidad relativa del ácido} = \frac{\text{peso del ácido desplazado}}{\text{peso de igual volumen de agua desplazada}} = \frac{1.80}{1.00} = 1.8$$

Entonces, como la densidad relativa del ácido = (ρ del ácido)/(ρ del agua), se tiene

$$\rho \text{ del ácido} = (\text{densidad relativa del ácido})(\rho \text{ del agua}) = (1.8)(1\,000\ \text{kg/m}^3) = 1.8 \times 10^3\ \text{kg/m}^3$$

13.18 [II] La densidad del hielo es de 917 kg/m^3. ¿Qué fracción del volumen de un trozo de hielo estará sobre la superficie del agua cuando flote en agua dulce?

El trozo de hielo flotará en el agua, ya que su densidad es menor que 1 000 kg/m^3, que es la densidad del agua. Como flota,

$$F_B = \text{peso del agua desplazada} = \text{peso del trozo de hielo}$$

Pero el peso del hielo es $\rho_{\text{hielo}} gV$, donde V es el volumen del trozo. Además, el peso del agua desplazada es $\rho_a gV'$, donde V' es el volumen del agua desplazada. Al sustituir en la ecuación anterior

$$\rho_{\text{hielo}} gV = \rho_a gV'$$

$$V' = \frac{\rho_{\text{hielo}}}{\rho_a} V = \frac{917}{1000} V = 0.917V$$

Entonces, la fracción de volumen que está sobre la superficie del agua es

$$\frac{V - V'}{V} = \frac{V - 0.917V}{V} = 1 - 0.917 = 0.083$$

13.19 [II] Una caja rectangular de 60 kg, abierta en su parte superior, mide en la base 1.0 m por 0.80 m, y tiene una profundidad de 0.50 m. *a*) ¿Cuánto se sumergirá en agua dulce? *b*) ¿Qué peso F_{Wb} de lastre hará que se hunda hasta una profundidad de 30 cm?

a) Si supone que la caja flota, se tiene

$$F_B = \text{peso del agua desplazada} = \text{peso de la caja}$$
$$(1\,000\ \text{kg/m}^3)(9.81\ \text{m/s}^2)(1.0\ \text{m} \times 0.80\ \text{m} \times y) = (60\ \text{kg})(9.81\ \text{m/s}^2)$$

donde y es la profundidad a la que se hunde la caja. Al resolver se obtiene $y = 0.075$ m. Como esto es menor que 0.50 m, la suposición es correcta.

b) $$F_B = \text{peso de la caja} + \text{peso del lastre}$$

Pero F_B es igual al peso del agua desplazada. Por tanto, la ecuación anterior se convierte en

$$(1\,000\ \text{kg/m}^3)(9.81\ \text{m/s}^2)(1.0\ \text{m} \times 0.80\ \text{m} \times 0.30\ \text{m}) = (60)(9.81)\ \text{N} + F_{Wb}$$

de donde $F_{Wb} = 1765.8$ N = 1.8 kN. Entonces la masa del lastre debe ser de (1765.8/9.81) kg = 180 kg.

13.20 [III] Una espuma de plástico ($\rho_p = 0.58$ g/cm^3) se usa como salvavidas. ¿Qué cantidad de plástico (volumen) se debe usar si 20% (por volumen) de un hombre de 80 kg tiene que permanecer sobre la superficie del agua en un lago? La densidad promedio del hombre es de 1.04 g/cm^3.

Tenga presente que una densidad de 1 g/cm^3 es igual a 1 000 kg/m^3. En equilibrio se tiene

$$F_B \text{ del hombre} + F_B \text{ del plástico} = \text{peso del hombre} + \text{peso del plástico}$$
$$(\rho_a)(0.80\, V_h)g + \rho_a V_p g = \rho_h V_h g + \rho_p V_p g$$

o bien $$(\rho_a - \rho_p)V_p = (\rho_h - 0.80\, \rho_a)V_h$$

donde los subíndices *h*, *a* y *p* se refieren al hombre, al agua y al plástico, respectivamente.

Pero $\rho_h V_h = 80$ kg, de donde $V_h = (80/1\,040)$ m^3. Al sustituir se obtiene

$$[(1\,000 - 580)\ \text{kg/m}^3]V_p = [(1\,040 - 800)\ \text{kg/m}^3][(80/1\,040)\ \text{m}^3]$$

de donde $V_p = 0.044$ m^3.

13.21 [III] Un vaso de precipitados parcialmente lleno con agua reposa sobre una báscula y su peso es de 2.30 N. Pero cuando una pieza de metal suspendida de un hilo se sumerge totalmente en el vaso (sin tocar el fondo), la lectura en la báscula es de 2.75 N. ¿Cuál es el volumen de la pieza metálica?

El agua ejerce una fuerza boyante sobre el metal. De acuerdo con la tercera ley de Newton de acción y reacción, el metal ejerce una fuerza igual pero hacia abajo sobre el agua. Ésta es la fuerza que incrementa la lectura en la báscula de 2.30 N a 2.75 N. Por tanto, la fuerza boyante es $2.75 - 2.30 = 0.45$ N. Entonces, dado que

$$F_B = \text{peso del agua desplazada} = \rho_a gV = (1\,000\ \text{kg/m}^3)(9.81\ \text{m/s}^2)(V)$$

se tiene el volumen del agua desplazada, y el de la pieza de metal, como

$$V = \frac{0.45\ \text{N}}{9\,810\ \text{kg/m}^2\cdot\text{s}^2} = 46 \times 10^{-6}\ \text{m}^3 = 46\ \text{cm}^3$$

13.22 [II] Se sospecha que una pieza de oro puro ($\rho = 19.3$ g/cm^3) tiene el centro hueco. Cuando se mide en el aire tiene una masa de 38.25 g y en el agua de 36.22 g. ¿Cuál es el volumen del agujero central de la pieza de oro?

Recuerde que va de una densidad en g/cm^3 a kg/m^3 al multiplicar por 1 000. De la ecuación $\rho = m/V$,

$$\text{Volumen real de los 38.25 g de oro puro} = \frac{0.03825\ \text{kg}}{19\,300\ \text{kg/m}^3} = 1.982 \times 10^{-6}\ \text{m}^3$$

$$\text{Volumen del agua desplazada} = \frac{(38.25 - 36.22) \times 10^{-3}\ \text{kg}}{1\,000\ \text{kg/m}^3} = 2.030 \times 10^{-6}\ \text{m}^3$$

$$\text{Volumen del agujero} = (2.030 - 1.982)\ \text{cm}^3 = 0.048\ \text{cm}^3$$

13.23 [III] Un cilindro de madera tiene masa *m* y área *A* en la base. Flota en el agua con su eje vertical. Demuestre que, si se le da un pequeño desplazamiento vertical, el cilindro experimentará MAS. Calcule la frecuencia del movimiento.

Cuando el cilindro se empuja hacia abajo una distancia *y*, éste desaloja un volumen adicional *Ay* de agua. Como dicho volumen adicional desalojado tiene masa $Ay\rho_a$, una fuerza boyante adicional $Ay\rho_a g$ actúa sobre el cilindro, donde ρ_a es la densidad del agua. Se trata de una fuerza no balanceada que a la vez es una fuerza restauradora. Además, la fuerza es proporcional al desplazamiento y por tanto es una fuerza de la ley de Hooke. En consecuencia, el cilindro experimentará MAS, como se describe en el capítulo 11.

Al comparar $F_B = A\rho_a gy$ con la ley de Hooke en la forma $F = ky$, se ve que la constante del resorte para este movimiento es $k = A\rho_a g$. Ésta, al actuar sobre el cilindro de masa m, hace que tenga una frecuencia vibratoria de

$$f = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m}} = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{A\rho_a g}{m}}$$

13.24 [II] Un globo de 5.0 kg se llena con helio ($\rho_{\text{He}} = 0.178$ kg/m^3). ¿Cuál será su volumen si debe levantar una carga de 30 kg? Utilice $\rho_{\text{aire}} = 1.29$ kg/m^3.

La fuerza boyante, $V\rho_{\text{aire}}g$, debe levantar el peso del globo, su carga y al helio contenido dentro del globo:

$$V\rho_{\text{aire}}g = (35\ \text{kg})(g) + V\rho_{\text{He}}g$$

que produce
$$V = \frac{35\ \text{kg}}{\rho_{\text{aire}} - \rho_{\text{He}}} = \frac{35\ \text{kg}}{1.11\ \text{kg/m}^3} = 32\ \text{m}^3$$

13.25 [III] Calcule la densidad ρ de un fluido a una profundidad h en términos de su densidad ρ_0 en la superficie.

Si una masa m de fluido tiene volumen V_0 en la superficie, entonces tendrá un volumen $V_0 - \Delta V$ a una profundidad h. Por consiguiente, la densidad a la profundidad h será

$$\rho = \frac{m}{V_0 - \Delta V} \quad \text{mientras} \quad \rho_0 = \frac{m}{V_0}$$

de donde
$$\frac{\rho}{\rho_0} = \frac{V_0}{V_0 - \Delta V} = \frac{1}{1 - (\Delta V/V_0)}$$

Sin embargo, del capítulo 12, el módulo volumétrico es $B = P/(\Delta V/V_0)$ y por tanto $\Delta V/V_0 = P/B$. Al hacer esta sustitución se obtiene

$$\frac{\rho}{\rho_0} = \frac{1}{1 - P/B}$$

Si supone que ρ es aproximadamente igual a ρ_0, entonces la presión a una profundidad h es más o menos $\rho_0 gh$, y se llega al siguiente resultado

$$\frac{\rho}{\rho_0} = \frac{1}{1 - (\rho_0 gh/B)}$$

PROBLEMAS COMPLEMENTARIOS

13.26 [I] Un acróbata de 60 kg realiza un acto de equilibrio sobre un bastón. El extremo del bastón, en contacto con el piso, tiene un área de 0.92 cm^2. Calcule la presión que el bastón ejerce sobre el piso (desprecie el peso del bastón). **Resp.** 6.4 MPa.

13.27 [I] Una población recibe su suministro de agua directamente de un tanque de almacenamiento. Si la superficie del agua contenida en el tanque se ubica a una altura de 26.0 m sobre la llave de una casa, ¿cuál será la presión del agua en la llave? (desprecie los efectos de otros usuarios). **Resp.** 255 kPa.

13.28 [II] A una altura de 10 km (33 000 pies) sobre el nivel del mar, la presión atmosférica es de aproximadamente 210 mm de mercurio. ¿Cuál es la fuerza normal resultante sobre una ventana de 600 cm^2 de un avión que vuela a esa altura? Suponga que la presión dentro de la nave es de 760 mm de mercurio. La densidad del mercurio es de 13 600 kg/m^3. **Resp.** 4.4 kN.

13.29 [II] Un tubo angosto está soldado a un tanque como se muestra en la figura 13-7. La base del tanque tiene un área de 80 cm^2. *a*) Al recordar que la presión está determinada por la altura de la columna del líquido, calcule la fuerza que el aceite ejerce sobre el fondo del tanque cuando éste y el capilar se llenan con aceite ($\rho = 0.72$ g/cm^3) a una altura h_1. *b*) Repita para una altura de aceite de h_2. **Resp.** *a*) 11 N hacia abajo; *b*) 20 N hacia abajo.

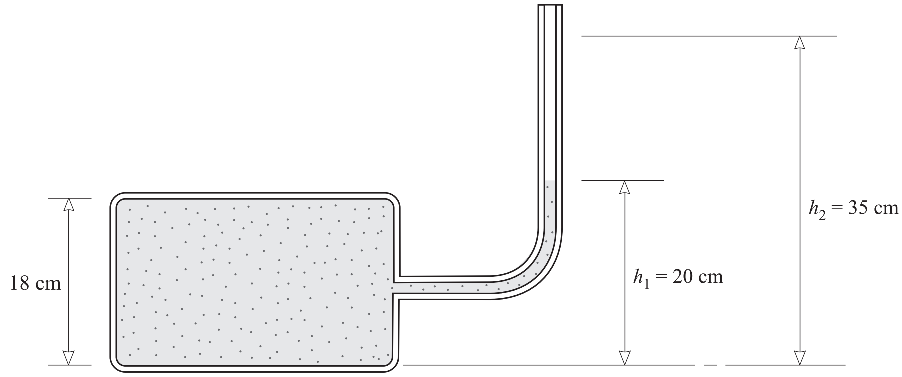

Figura 13-7

13.30 [II] Repita el problema 13.29, pero ahora calcule la fuerza en el techo del tanque debida al aceite.
Resp. *a*) 1.1 N hacia arriba; *b*) 9.6 N hacia arriba.

13.31 [II] Calcule la presión que requiere un sistema de suministro de agua para que el líquido suba a una altura de 50.0 m. **Resp.** 490 kPa.

13.32 [II] El área del pistón de una bomba impelente es de 8.0 cm^2. ¿Qué fuerza se debe aplicar al pistón para que suba aceite (ρ = 0.78 g/cm^2) a una altura de 6.0 m? Suponga que el aceite está expuesto a la atmósfera. **Resp.** 37 N.

13.33 [II] El diámetro del pistón grande de una prensa hidráulica es de 20 cm y el área del pistón pequeño es de 0.50 cm^2. Si se aplica una fuerza de 400 N al pistón pequeño, *a*) ¿cuál es la fuerza resultante que se ejerce en el pistón grande? *b*) ¿Cuál es el incremento de presión debajo del pistón pequeño? *c*) ¿Cuál es el incremento de presión debajo del pistón grande? **Resp.** *a*) 2.5×10^5 N; *b*) 8.0 MPa; *c*) 8.0 MPa.

13.34 [II] Un cubo de metal de 2.00 cm por lado tiene una densidad de 6 600 kg/m^3. Calcule su masa aparente cuando está totalmente sumergido en agua. **Resp.** 44.8 g.

13.35 [II] Un cubo sólido de madera de 30.0 cm de lado se puede sumergir completamente en agua cuando se le aplica una fuerza descendente de 54.0 N. ¿Cuál es la densidad de la madera? **Resp.** 796 kg/m^3.

13.36 [II] Un objeto de metal "pesa" 26.0 g en el aire y 21.48 g cuando está totalmente sumergido en agua. ¿Cuál es el volumen del objeto? ¿Cuál es su densidad? **Resp.** 4.55 cm^3, 5.72×10^3 kg/m^3.

13.37 [II] Una pieza sólida de aluminio ($\rho = 2.70$ g/cm^3) tiene una masa de 8.35 g cuando se mide en el aire. Si la pieza se sumerge, suspendida de un hilo, en una tina con aceite ($\rho = 0.75$ g/cm^3), ¿cuál será la tensión en el hilo? **Resp.** 0.059 N.

13.38 [II] Un vaso contiene un aceite de 0.80 g/cm^3 de densidad. Mediante un hilo, un cubo de aluminio ($\rho = 2.70$ g/cm^3) de 1.6 cm de lado se sumerge en el aceite. Calcule la tensión en el hilo. **Resp.** 0.076 N.

13.39 [II] Un tanque que contiene aceite con densidad relativa = 0.80 descansa en una báscula y pesa 78.6 N. Mediante un alambre, un cubo de aluminio, de 6.0 cm de lado y densidad relativa = 2.70, se sumerge en el aceite. Calcule *a*) la tensión en el alambre y *b*) la lectura en la báscula si no hay derrame de aceite.
Resp. *a*) 4.03 N; *b*) 80 N.

13.40 [II] Para mantener totalmente sumergido en agua y aceite un bloque de plástico se requieren fuerzas descendentes de 45.0 N y 15.0 N, respectivamente. Si el bloque tiene un volumen de 8 000 cm^3, calcule la densidad del aceite. **Resp.** 618 kg/m^3.

13.41 [III] Determine la fuerza no balanceada que actúa sobre una esfera de hierro ($r = 1.5$ cm, $\rho = 7.8$ g/cm^3) en el instante cuando se suelta mientras está totalmente sumergida en *a*) agua y *b*) mercurio ($\rho = 13.6$ g/cm^3). ¿Cuál será la aceleración inicial de la esfera en cada caso? **Resp.** *a*) 0.94 N hacia abajo, 8.6 m/s^2 hacia abajo; *b*) 0.80 N hacia arriba, 7.3 m/s^2 hacia arriba.

13.42 [II] Un cubo de metal de 2.0 cm de arista está suspendido de un hilo sujeto a una balanza. El cubo parece tener una masa de 47.3 g cuando está sumergido en agua. ¿Cuál es su "peso" aparente cuando se sumerge en glicerina, densidad relativa = 1.26? (*Sugerencia*: Calcule ρ también.) **Resp.** 45 g.

13.43 [II] La masa total de un globo y su góndola (vacía) es de 2.0×10^2 kg. Cuando el globo está lleno, contiene 900 m^3 de helio con una densidad de 0.183 kg/m^3. Calcule la carga extra, además de su propio peso, que puede levantar el globo. La densidad del aire es de 1.29 kg/m^3. **Resp.** 7.8 kN.

13.44 [I] Cierta pieza de metal tiene una masa medida de 5.00 g en el aire, 3.00 g en agua y 3.24 g en benceno. Determine la densidad del metal y del benceno. **Resp.** 2.50×10^3 kg/m^3, 880 kg/m^3.

13.45 [II] Un resorte cuya composición no es completamente conocida puede ser o de bronce (densidad relativa = 8.8) o de latón (densidad relativa = 8.4). Tiene una masa de 1.26 g cuando se mide en aire y 1.11 g en agua ¿De qué material es el resorte? **Resp.** Latón.

13.46 [II] ¿Qué fracción del volumen de una pieza de cuarzo ($\rho = 2.65$ g/cm^3) se sumergirá cuando flote en mercurio ($\rho = 13.6$ g/cm^3)? **Resp.** 0.195.

13.47 [II] Un cubo de madera que flota en agua sostiene una masa de 200 g colocada en el centro de su cara superior. Cuando se remueve la masa, el cubo sube 2.00 cm. Determine el volumen del cubo.
Resp. 1.00×10^3 cm^3.

13.48 [III] Un corcho tiene una masa aparente de 5.0 g en el aire. Un lastre tiene una masa aparente de 86 g en agua. Cuando el corcho y el lastre se unen, tienen una masa aparente de 71 g cuando están bajo el agua. ¿Cuál es la densidad del corcho? **Resp.** 2.5×10^2 kg/m^3.

13.49 [II] En un vaso con agua flota un cubo de hielo de 10 cm^3. El vaso está lleno hasta el borde con agua fría. Cuando el cubo se derrite por completo, ¿cuánta agua se derrama del vaso? La densidad relativa del hielo es de 0.92. **Resp.** Ninguna.

13.50 [II] Un tubo de vidrio se dobla en forma de U. Se observa que una columna de 50.0 cm de altura de aceite de olivo en un brazo equilibra una columna de agua de 46.0 cm de altura en el otro. ¿Cuál es la densidad del aceite de olivo? **Resp.** 920 kg/m^3.

13.51 [II] Cierto día, cuando la presión atmosférica es de 1.000×10^5 Pa, un químico destila un líquido bajo una presión ligeramente reducida. La presión dentro de la cámara de destilación se lee con un manómetro de aceite (densidad del aceite = 0.78 g/cm^3). La diferencia de altura en los brazos del manómetro es de 27 cm. ¿Cuál es la presión en la cámara de destilación? **Resp.** 98 kPa.